SECTIO TERTIA.

De Planorum Refractionibus.

SEZIONE TERZA

Sulle rifrazioni dei piani.

Pag 74 - 87

POSITIS refractionum legibus radiorum per diversa media trajectorum, affectiones aliæ jam tradendæ sunt, & primo refractiones planorum in gratiam doctrinæ de coloribus post: explicandæ describam, deinde sphœricarum & aliarum supeficierum proprietates enarrabo, tum ut colorum exinde ortorum phænomina detegantur, tum ut instrumentorum opticis usibus, inservientium constructio rectius innotescat.

Stabilite le leggi della rifrazione dei raggi attraverso diversi mezzi di traiettorie, sono ora da consegnare ad altri gli affetti, e prima le rifrazioni dei piani in favore della dottrina dei colori poi: le descriverò per spiegarle, poi narrerò le proprietà delle sostanze sferiche ed altre, sia affinché si possano scoprire i fenomeni dei colori che da esse nascono, sia affinché, mediante l'uso di strumenti ottici, si possa conoscere più accuratamente la costruzione di quelli che servono.

Imprimis autem plani solitarii refractiones, deinde planorum refractiones iteratas considerabo.

Considererò prima le rifrazioni di un singolo piano, e poi le rifrazioni ripetute di piani.

De plani solitarii refractionibus.

Sulle rifrazioni dei singoli piani.

QUOD ad radios ejusdem cujuscunque generis attinet, passiones in Lectionibus Dris. Barrow (his fundamentis, quod radii lucis in similari medio directi sunt, quod eorum refractio sit in superficie ad medii refringentis superficiem perpendiculari, & quod sinus incidentiæ perpetuo sunt proportionales sinubus refractionum in aliud medium

Per quanto riguarda i raggi dello stesso tipo, le passioni nelle Lezioni dei Dr. Barrow (su questi fondamenti, che i raggi della luce si dirigono in un mezzo simile, che la loro rifrazione è su una superficie perpendicolare alla superficie del mezzo rifrangente, e che i seni di incidenza sono sempre proporzionali ai seni delle rifrazioni fatte in un altro mezzo similare factarum) traduntur, & idcirca sufficiet aliquas sub formâ lemmaticarum propositionum sine demonstrationibus hic recensuisse.

simile) vengono forniti, e per questo motivo alcune proposizioni sotto forma di lemmi saranno sufficienti senza dimostrazioni.

Pag 75 – 88

P R O P. I

* Radii cujusvis refracti incidens incidentis vicissim sit refractus.

** Barrow Lectiones Opticæ Lect. III. Art. 3.*

P R O P. I

* Lascia che il raggio incidente di qualsiasi incidente rifratto venga rifratto a sua volta.

* Barrow Lectiones Opticæ Lett. III. Art. 3.

P R O P. II

† Angulo incidentiæ æquali æqualis, & majori major conveit, tum angulus refractionis tum refractus, & contra.

† Ibid. Lect. III. Art. 4. & 6.

P R O P. II

† **L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di incidenza e l'angolo di rifrazione è uguale al maggiore e l'angolo di rifrazione è uguale al maggiore e viceversa.**

† Ibid. Lect. III. Art. 4. & 6.

P R O P. III

|| Incidentium radiorum refractos exhibere.

| Ibid. Lect. IV. Art. 5.

P R O P. III

|| **Mostrare la rifrazione dei raggi incidenti.**

| Ibid. Lect. IV. Art. 5.

INSTANTIAM in radiis ad medium densius è rariori divergentibus accipe.

Prendi l'istante nei raggi divergenti verso il mezzo più denso e più raro.

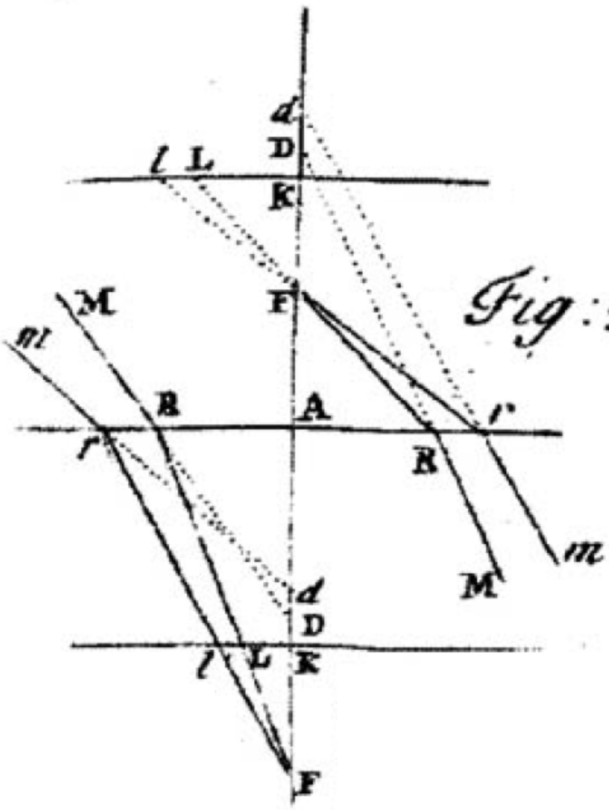


Fig: 27.

IN fig. 27. sit F punctum radios F R, F r aliosque innumeros versus refringentem superficiem A R ejaculans, sitque F A radius perpendicularis, quem produc ad K, ut sit A F ad A K, sicut sinus refractionis ad sinum incidentiæ; & ad K erige perpendiculum K L.

Nella figura. 27. Sia F il punto che proietta i raggi F R, F r ed innumerevoli altri verso la superficie rifrangente A R, e sia F A il raggio perpendicolare che porto a K, sicché AF sta ad A K, come il seno di rifrazione alla seno di incidenza; & per K alzare la perpendicolare K L

Pag 76 – 89

Quo facto radios quoslibet incidentes F R, F r retrorsum produc, donec præfatæ K L occurrant in L & l, & in angulo F A R. inscribe R D = R L & r d = r l.

Fatto ciò portate indietro gli eventuali raggi incidenti F R, F r, finché i predetti K L si incontrino in L & l, & nell'angolo F A R. scrivete R D = R L & r d = r l.

Quibus versus M & m productis, habebis refractos radios R M & r m, & eâdem ratione refractos quamplurimos confestim duces.

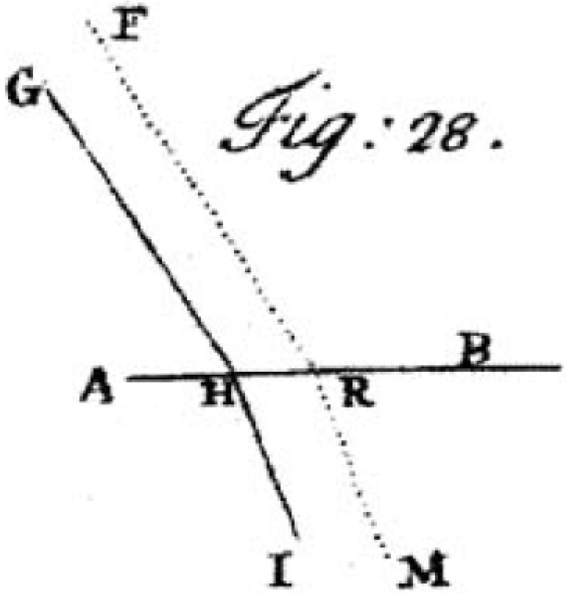
Con queste linee M&m prodotte, avrete rifratto i raggi R M&r m, ed allo stesso modo rifratte quante più guide possibili.

P R O P. IV

Radium datæ rectæ parallelum designare, cujus refractus per datum punctum transibit.

P R O P. IV

Disegna un raggio parallelo alla linea data, la cui rifrazione passerà per il punto data.



IN fig. 28 sit A B superficies refringens, M punctum datum, & G H recta cui radius incidens debet esse parallelus.

Et imprimis radii secundum G H incidentis duc refractum H I per Prop. 3. eique parallelum age M R, & F R datæ G H parallele ductus erit radius incidens.

NELLA FIGURA. 28 Sia A B la superficie rifrangente, M il punto dato, e G H la linea alla quale deve essere parallelo il raggio incidente.

E prima di tutto, secondo il raggio incidente G H, prendiamo il rifratto H I della Prop. 3. e rendiamo M R parallelo ad esso, e F R dato G H sarà condotto parallelo al raggio incidente.

P R O P. V

Radium è dato puncto progredientem designare, cujus refractus evadet rectæ positione datæ parallelus.

P R O P. V

Designare un raggio è procedente verso un punto dato, la cui rifrazione sarà parallela alla posizione data.

ABSOLVITUR ad modum quartæ propositionis, denominatione radiorum secundum prop. 1. permutatâ.

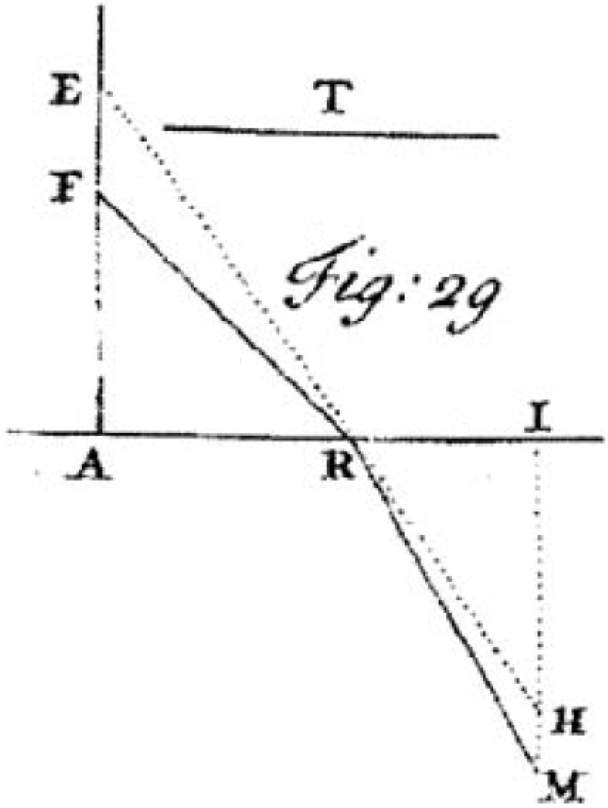
RISOLTO alla maniera della quarta proposizione, mediante la denominazione dei raggi secondo la prop. 1. scambio.

P R O P. VI

Radium è dato puncto F progredientem designare, cujus refractus per aliud punctum datum M transibit.

P R O P. VI

Designare un raggio è procedente per un dato punto F, la cui rifrazione passerà per un altro dato punto M.



PER F & M (fig. 29.) ducantur refringenti perpendiculares, & (radio in medium densius incidente) siat A E ad A F, ut sinus incidentiæ ad radicem differentiæ quadratorum a sinubus incidentiæ &

ATTRAVERSO F & M (fig. 29.) si traccino le perpendicolari di rifrazione, & (il raggio incidente più densamente nel mezzo) sia da A E ad A F, in modo che il seno di incidenza sia alla radice della differenza dei quadrati dal refractionis.

Item T ad M I, ut sinus refractionis ad eandem radicem.

Anguloque A I M, per E transiens, ipsamque T adæquans, inscribatur recta R H & connectantur F R, R M; nam ipsæ F R, R M erunt radii quæsiti.

CUM radius incidit in medium radius, appellatione (secundum prop. 1.) commutatâ, absolvitur ut ante.

CÆTERUM quo pacto data recta angulo recto interferenda sit, quæ per punctum datum transibit, in Lect. v. Dris. * Barrow per hyperbolæ & circuli interfectionem ostenditur.

** Art. 7. Sed idem D. Barrow hoc fecit generalius & concinnius in Lect. Geom. L. VI. Art. 2.*

seno di incidenza e rifrazione.

Anche T a M I, come seno di rifrazione alla stessa radice.

Nell'angolo A I M, passante per E, e corrispondente alla stessa T, è inscritta la linea R H, e F R, R M sono connesse; poiché F R, R M stessi saranno i raggi ricercati.

QUANDO il raggio cade al centro, l'appellativo (secondo la prop. 1.) commutâtâ, è completato come prima.

Inoltre, in base a quale accordo una data linea deve essere intersecata da un angolo retto, che passa per un dato punto, in Lect. v. Dris * Barrow è mostrato dall'intersezione dell'iperbole e del cerchio.

* Arte. 7. Ma lo stesso D. Barrow lo ha fatto in modo più generale e netto in Lect. Geom. L.VI. Arte. 2.

Pag 78 – 91

P R O P. VII

† Radiorum ad planam superficiem divergentium, parallelorum vel convergentium refracti, itidem divergent, paralleli erunt, vel convergent, & e contra.

† Barrow Lectiones Opticæ Lect. IV. Art. 2. &c.

P R O P. VII

† **Anche i raggi divergenti, paralleli o convergenti rifratti su una superficie piana divergeranno, saranno paralleli o convergeranno e viceversa.**

† Barrow Lectiones Opticæ Lett. IV. Art. 2. &c.

P R O P. VIII

Punctum, a quo refracti illi radii divergunt, vel ad quod convergunt, invenire.

CAS. I. CUM radiorum definita sit inclinatio, duc refractos per prop. 3, 4, 5 vel 6, & intersectionem habebis.

CAS. II. AT cum inclinatio existis quâvis datâ indefinite minor, eodem recidit problema, ac si punctum in radio obliquo refracto quæres, quod radiorum alterutrinque jacentium interfectiones disterminat & intercedit, quodque pro radiationis centro, seu loco imaginis respectu oculi, per cujus pupilli centrum radius ille transigitur, haberi debet; ejus autem inventio ejusmodi est.

P R O P. VIII

Trovare il punto da cui divergono questi raggi rifratti, o verso il quale convergono.

CAS I. Determinata l'inclinazione dei raggi, prendere i refrattari secondo la prop. 3, 4, 5 o 6 e avrete un incrocio.

CAS II. Ma quando l'inclinazione esiste in un dato punto indefinitamente più piccola, il problema è lo stesso che se si cercasse un punto su un raggio rifratto obliquamente, che determina e interviene le intersezioni dei raggi giacenti da una parte e dall'altra, e che devono essere prese come il centro della radiazione, ovvero il luogo dell'immagine rispetto all'occhio, attraverso il centro della pupilla di cui passa quel raggio; e la sua scoperta è dello stesso tipo.

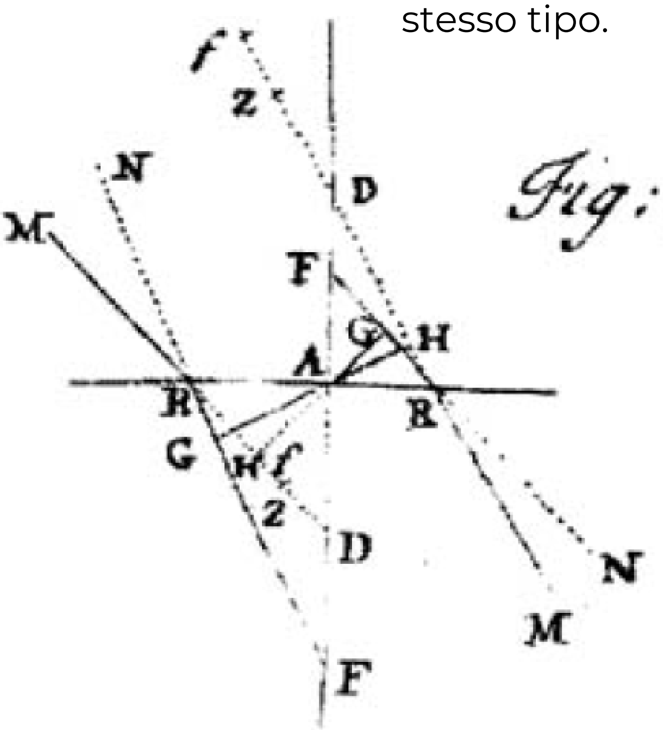


Fig: 30.

In fig. 30 sit D R M refractus cujusvis incidentis F R N, sitque F centrum radiationis incidentium, (sive divergentium sive convergentium) radiorum, & F A refringenti normaliter insistiens, fecet R M in D.

Nella fig. 30 sia D R M la rifrazione di ciascun F R N incidente, e sia F il centro della radiazione incidente, (sia divergente che convergente) dei raggi, e F A insistendo normalmente sulla rifrazione, farà R M in D.

Pag 79 – 92

Jam ab A demitte ad hos radios perpendicula A G & A H; fac esse R F. R f : : F G. D H, & ipsius R M, aliorumque refractorum proxime R M utrinque jacentium centrum radiationis erit f. *

Ora da A discendono a questi raggi le perpendicolari A G e A H; sia R F. R f : : F G. D H, & di R M, e degli altri rifrattori che giacciono vicini a R M su entrambi i lati, il centro della radiazione sarà f. *

** Vid. Barrow Lectiones Opticæ Lect. V. Art. 15. &c.*

* Vid. Barrow Lectiones Opticæ Lett. V. Art. 15. &c.

SCHOLIUM. CÆTERUM punctum hoc f radiorum in plano F A R jacentium concursus solummodo existit, nam aliorum extra planum F A R jacentium refracti, nec in puncto f, nec ullibi omnino radium R f secabunt, si eos solummodo excipias, quorum incidentes jacent in superfice conicâ, cujus axis est A F, vertex F, & semiangulus A F R; utpote qui omnes præfatum R f in puncto D secabunt, quod in axe F A sit positum.

Scuola. Inoltre, questo punto f è l'unico punto di convergenza dei raggi che giacciono nel piano F A R , poiché le rifrazioni degli altri che si trovano all'esterno del piano F A R non taglieranno il raggio R f né nel punto f né in nessun altro punto, se solo accettare quelli i cui incidenti giacciono sulla superficie conica, il cui asse è A F , il vertice F e il semiangolo A F R; sicché tutti taglieranno la suddetta R f nel punto D, il quale è posto sull'asse F A.

Et hujus itaque R f centra radiationis præcipue sunt duo, alterum f a refractis jacentium in plano F A R effectum, & alterum a refractis jacentium in conicis

E perciò sono due principali centri d'irraggiamento di questo R f, l'uno effettuato dai refrattari giacenti nel piano F A R, e l'altro dalle rifrazioni giacenti sulle superfici coniche descritte superficiebus axe F A, angulisque A F R, A D R descriptis.

dall'asse F A, e dagli angoli A F R, A D R

Ad reliquos autem radios quod attinet, aliter circa F R quaquaversum positos, eorum refracti maxime appropinquant radio R f, alicubi inter D & f, adeo ut respectu oculi, per cujus pupillæ centrum radius R M transit, locus imaginis per totum spatium f D diffundi debeat: Vel potius, cum spatium f D sit unici tantum puncti F imago, debemus unicum aliquod in eo punctum, quod omnis lucis ab eo vesfus oculum pergentis meditullium occupet, inter puncta D & f in mediâ circiter distantiâ interjacens, pro sensibili imagine statuere.

Quanto agli altri raggi, disposti diversamente attorno a F R in ogni direzione, le loro rifrazioni si avvicinano più al raggio R f, in qualche punto tra D & f, così che rispetto all'occhio, attraverso il centro della pupilla di cui passa il raggio R M, il luogo dell'immagine deve diffondersi in tutto lo spazio f D: O meglio, poiché lo spazio f D è immagine di un solo punto F, dobbiamo stabilire come immagine sensibile un solo punto in esso, tale che tutta la luce che passa da esso all'occhio occupa il centro, giacendo tra i punti D ed f a circa la media distanza.

Pag 80 – 93

Puncti vero illius accurata deterrninatio, cum omnium radiorum ab F versus oculi pupillam refractorum habenda sit æstimatio problema solutu difficillimum præbebit, nisi hypothesi alicui saltem verisimili, si non accurate veræ, innitatur assertio.

Ma la determinazione esatta di quel punto, poiché si deve considerare la stima di tutti i raggi rifratti da F verso la pupilla dell'occhio, presenterà un problema molto difficile da risolvere, a meno che l'affermazione non sia basata su un'ipotesi almeno probabile, se non esattamente vero.

Quemadmodum, cum radii æque multi a termino D aliisque vicinis punctis, ac a termino f aliisque punctis similiter sibi vicinis, versus oculum videantur prostuere; locus imaginis ita

Allo stesso modo, quando si vedono eguali raggi dal terminale D e da altri punti vicini, e dal terminale f e da altri punti similmente vicini tra loro, estendersi verso l'occhio; il luogo debet in medio istorum terminorum statui, ut angulus, quem radii duo a D & f ad idem quodpiam pupillæ punctum convergentes includant, a radio ab illo visionis loco ad idem pupillæ punctum pergente, quam proxime semper bisecetur.

dell'immagine deve essere situato in modo tale che l'angolo compreso dai due raggi di D & f convergenti nello stesso punto della pupilla, sia diviso in due il più possibile dal raggio che procede da quel luogo della visione allo stesso punto della pupilla.

Quâ hypothesi admissâ, nihil aliud agendum est, quam ut siat M f + M D. M D : : f D. D Z, & erit Z locus visionis puncti F quæsitus, posito nempe quod M sit locus oculi.

Ammessa questa ipotesi, non occorre fare altro che che sia M f + M D. M D : : f D. D Z, e Z sarà il luogo di visione del punto F cercato, supponendo che M sia il posto dell'occhio.

Nam cum ponatur M f + M D. M D : : f D. D Z, erit divisim M f. M D : : f Z. D Z, & proinde ductis tribus lineis a f, D, & Z ad M, vel potius ad punctum quodpiam huic M indefinite vicinum; angulus, quem externæ duæ continent, ab interjacente lineâ (per 3. 6. Elem.) quam proxime semper bisecabitur.

Infatti quando si mette M f + M D. M D : : f D. D Z, sarà diviso per M f M D : : f Z. D Z, e di conseguenza tracciando tre linee da f, D e Z a M, o piuttosto a qualche punto indefinitamente adiacente a questo M; l'angolo che i due esterni contengono sarà diviso in due dalla linea intermedia (da 3. 6. Elem.) quasi come sempre.

Pag 81 – 94

HIS paucis circa radios homogeneos in gratiam fequentium obiter notatis, ut eorum penitior cognitio habeatur, Lectiones, quas Vir Reverendus Dr. Barrow de iisdem fusius composuit, consulendas esse hortor; deque heterogeneis sive dissimiliter refrangibilibus radiis pergo actutum differere.

Alcune note su questi raggi omogenei in favore di quelli fecondi, affinché abbiano una conoscenza più esatta, Lezioni, che il Reverendo Dott. Barrow ha composto un resoconto più dettagliato dello stesso, che invito a consultare; e con raggi eterogenei o diversamente rifratti continuo a differire l'azione.

P R O P. IX

E radiis diversi generis, a puncto lucido fluentibus, quorum sunt incidentes sibi ipsis vicinissimi; isti solummodo possunt ad focum vel aliud commune punctum refringi, qui jacent in plano per utrumque punctum transeunte, & ad planum refringens perpendiculari.

UTPOTE cum radii cujusque refractio semper siat in plano ad medii refringentis superficiem perpendiculari, & ejusmodi duo plana per utrumque punctum transire nequeant.

P R O P. IX

Da raggi di diversa specie, provenienti da un punto luminoso, i cui incidenti sono più vicini a se stessi; questi possono essere rifratti solo nel fuoco o in un altro punto comune, che giace in un piano passante per entrambi i punti e perpendicolare al piano rifrangente.

UTPOTE, poiché la rifrazione di ciascun raggio è sempre in un piano perpendicolare alla superficie del mezzo rifrangente, e due di tali piani non possono passare per ciascun punto.

P R O P. X

E radiis diversorum generum a dato puncto fluentibus, quorum refracti ad aliud punctum datum convergunt, illi magis a lineâ rectâ punctis concursum, sive radiationis centris interjacente, divaricant, qui sunt magis refrangibiles.

Pag 82 – 95

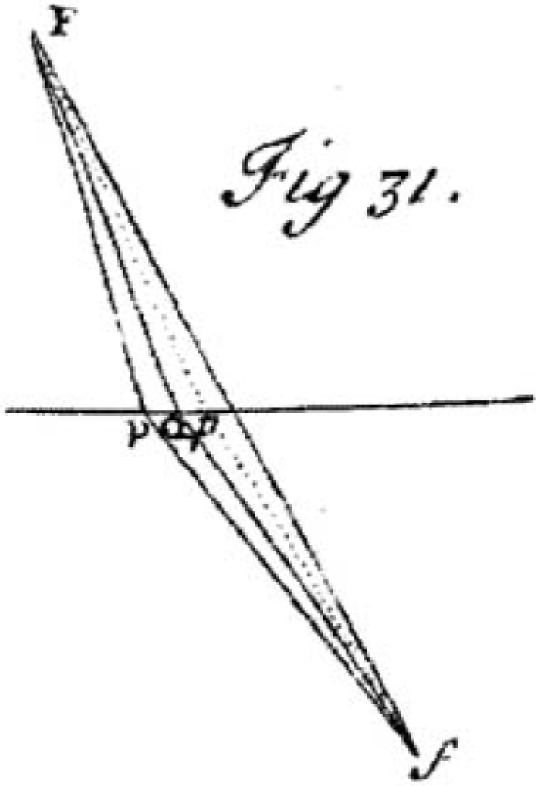
SINT F P f, F Q f (fig. 31.) radii diffimiles hinc & inde convenientes in F & f, & manifestum est, quod non

P R O P. X

Dei raggi di diversa specie che fluiscono da un punto dato, e quelli rifratti convergono in un altro punto dato, quelli più rifrattabili divergono maggiormente dalla retta che incontra i punti, o dai centri di radiazione intermedi.

Siano F P f, F Q f (fig. 31.) raggi diffidenti qua e là coincidenti in F & f, ed è evidente che non coincidono completamente, penitus coincident, quia sic par esset refractio contra hypothesin.

perché la rifrazione sarebbe così uguale, contrariamente all'ipotesi.



Neque radius magis refrangibilis potest esse rectæ F f propior.

Né un raggio più rifratto può essere più vicino alla retta F f .

Sic enim propter obliquitatem ex parte medii densioris majorem, major esset ejus refractio per prop. 2. & hypothesin, hoc est, angulus F p f esset minor angulo F Q f contra 2 1. 1. Elem.

Quindi, a causa della maggiore obliquità da parte del mezzo più denso, la sua rifrazione sarebbe maggiore per prop. 2. E l'ipotesi, cioè che l'angolo F p f sarebbe minore dell'angolo F Q f contro 2 1. 1. Elem.

Refrat itaque, ut sit magis refrangibilis F P f, qui a rectâ F f magis divarica t.

Perciò rifrange quel F P f più rifrattabile, il quale è più divaricato dal giusto F f.

L E M M A I

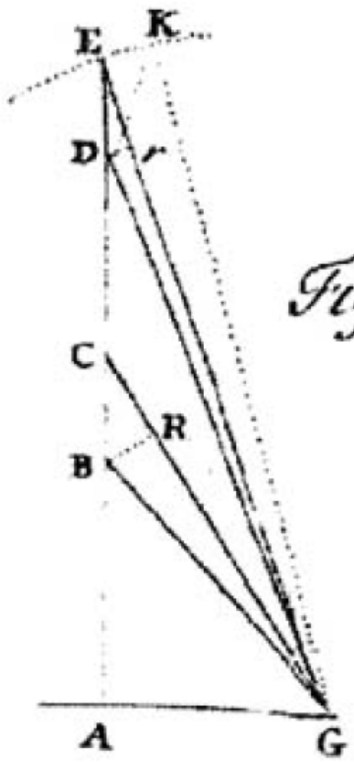


Fig: 32.

Quatuor lineis G B, G C, G D, G E (fig. 32.) a dato puncto G ad datam lineam E B ita ductis, ut sit G B. G C : : G D. G E. Angulus B G C, quem minima G B cum alterutrâ intermediarum G C constituit, major est quam angulus D G E ab alterâ intermediâ G D & maximâ G E constitutus.

Le quattro linee G B, G C, G D, G E (fig. 32.) tracciate da un dato punto G a una data linea E B in modo che sia G B. G C : : G D. G E. L'angolo B G C formato dal minimo G B con ciascuno degli intermedi G C è maggiore dell'angolo D G E formato dall'altro intermedio G D e dal massimo G E

Nam centro G, radio G E, describatur circulus E K, & radius G K ducatur, constituens angulum D G K æqualem angulo B G C, & puncta K, D jungantur; eruntque triangula G D K, G C B similia propter æquales angulos ad G, & latera circa illos proportionalia: (6. 6. Elem. & Hypoth.)

Infatti col centro G, il raggio G E, si descrive un cerchio E K, e si traccia il raggio G K, rendendo l'angolo D G K uguale all'angolo B G C, e si congiungono i punti K, D; e i triangoli G D K, G C B sono simili a causa degli angoli uguali in G e dei lati ad essi proporzionali: (6. 6. Elem. & Ipotesi.)

Nempe G B. G C : : G D. (G E) G K.

Naturalmente G B. G C :: G D. (G

E) G K

Quare angulus K D G = ang. C B G.

Perché l'angolo K D G = ang. C B G

Sed ang. E D G (16. 1. Elem.) > ang. C B G, ergo linea K D > E D (7. 3. Elem.) & ang. K G D > ang. D G E (21. 1. Elem.) hoc est, ang. C G B > ang. E G D.
Q. E. D.

Ma E D G (16. 1. Elem.) > ang. C B G, quindi la linea K D > E D (7. 3. Elem.) & ang. K G D > Ang. D G E (21. 1. Elem.) questo è, ang. DO SOL SI > Ang. EG SOL D
Q.E.D.

Pag 83 – 96

L E M M A II

Positis istis angulis infinite parvis, ac G A perpendiculari ad lineam E B demissâ, erit ang. E G D. ang. C G B : : B A. D A.

Posti codesti angoli infinitamente piccoli e G A perpendicolare alla linea E B discenendente, l'angolo sarà E G D. ang. C G B : : B A. D A.

A punctis enim B & D ad lineas G C, G E demittantur normalia B R ac D r, & erunt anguli præfati ad se invicem ut est $\frac{D\,r}{D\,G}$ ad $\frac{B\,R}{B\,G}$, ponendo nempe lineas istas B R ac D r æquipollentes esse arcubus infinite parvis, quibus anguli isti subtenduntur *.

Infatti dai punti B & D alle linee G C, G E discendono le normali B R e D r, e vi saranno tra loro gli angoli suddetti tali che $\frac{D\,r}{D\,G}$ a $\frac{B\,R}{B\,G}$ D r essere uguale agli archi infinitamente piccoli da cui sono sottesi questi angoli.

* *Anguli enim minimi ad diversorum circulorum centra sunt, ut chordæ angulos subtendentes directe & ut circulorum radii invese.*

* Infatti gli angoli più piccoli stanno al centro di cerchi diversi, come le corde che sottendono direttamente gli angoli, e come il raggio invertito dei cerchi.

Est autem B G. C G : : D G. E G ex hypothesi, & divisim B G. C R : : D

Ma è B G. C G :: D G. E G dall'ipotesi, & diviso B G. C R :: D

G. E r.

G. E r

Item propter similia triangula B A G, C R B, est B A. A G : : C R. B R, & pari ratione E A vel D A. A G : : E r. D r, sive A G. D A : : D r. E r.

Allo stesso modo, a causa dei triangoli simili B A G, C R B, è B A. A G : : C R. B R, e per lo stesso rapporto E A o D A. A G : : E r D r, o A G. D A :: D r. E.r.

Quamobrem addendo rationes æquales, est B A. A G + A G. D A (: : B A. D A) : : C R. R B + D r. E r (& permutatis terminis posteriorum rationum) : : C R. E r + D r. B R (& æquipollente ratione pro C R. E r substitutâ) : : B G. D G + D r. B R (terminisque ad invicem applicatis) : : $\frac{D\,r}{D\,G}.\frac{B\,R}{B\,G}$.

Pertanto, sommando rapporti uguali, è B A. A G + A G. D A (: : B A. D A) : : C R. R B + D r. E r (& scambiato con i termini di questi ultimi rapporti) : : C R. E r + D r. B R (& equivalentemente sostituito per C R. E r) : : B G. D G + D r. B R (e i termini applicati tra loro) : : (D r)/(D G) . (B R)/(B SOL) .

Est itaque B A. D A : : $\frac{D\,r}{D\,G}.\frac{B\,R}{B\,G}$, h. e. ut ang. E G D ad ang. C G B.
Q. E. D.

È quindi B A. D A : : $\frac{D\,r}{D\,G}.\frac{B\,R}{B\,G}$, h. e., come l'angolo E G D all' angolo C G B.
Q. E. D.

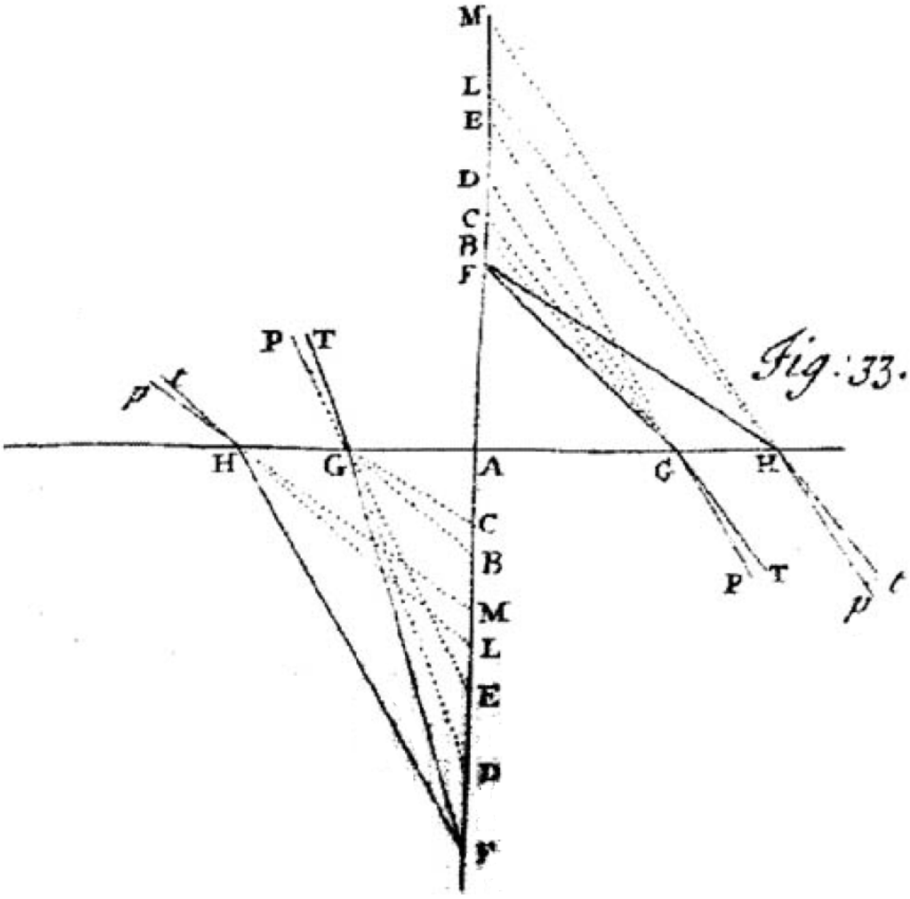
Pag 84 – 97

P R O P. XI

Heterogeneis radiis secundum eandem lineam incidentibus, quo obliquior est eorum incidentia cæteris paribus, eo major erit differentia refractionis.

P R O P. XI

Per raggi eterogenei incidenti lungo la stessa linea, quanto più obliqua è la loro incidenza rispetto alle altre coppie, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazione.



IN fig. 33. sit F G linea secundum quam duo radii incidunt, quorum unus maxime refrangibilis pergat versus P, & minime refrangibilis versus T, eritque angulus P G T differentia refractionis.

NELLA FIGURA 33. Sia F G la retta lungo la quale cadono i due raggi, di cui uno è più rifrattabile verso P, e il meno rifrattabile verso T, e l'angolo P G T sarà la differenza di rifrazione.

Item esto F H linea obliquior quam F G, & secundum hanc alii duo ejusmodi radii incidant, quorum maxime refrangibilis versus p, & minime refrangi bilis versus t refringitur, & similiter erit angulm p H t eorum differentia refractionis.

Similmente sia F H una linea più obliqua di F G, e secondo questa cadono altri due raggi della stessa specie, dei quali il più rifrattabile si rifrange verso p, e il meno rifrattabile verso t, e parimenti l'angolo p H t sarà rifratto essere la loro differenza di rifrazione.

Dico jam, quod sit angulus p H t > P G T.

Ho già detto che l'angolo p H t > P G T

Demittatur enim F A ad refringens planum linea normalis, quæ refractos radios retroactos fecet in D & E, L & M, & ad hanc a puncto G ducantur duæ linee G B, G C ipsis H L, H M parallelæ.

Infatti F A si abbassa al piano rifrangente mediante una linea normale, la quale farà retrogradi i raggi rifratti in D & E, L & M, e a questo dal punto G si conducono due linee G B, G C parallele a loro stesse H L, H M .

Jam, cum tres lineæ G F, G D, G E (ex naturâ refractionis ante descriptâ § 25, 26 seq.) sint in ratione datâ, & alteræ tres H F, H L, H M in eâdem ratione, proportionale erunt H L. H M : : G D. G E; sed est H L. H M : : G B. G C propter triangula similia L M H & B C G.

Ora, quando le tre linee G F, G D, G E (dalla natura della rifrazione già descritta § 25, 26 ss.) saranno nel rapporto dato, e le altre tre H F, H L, HM saranno nello stesso rapporto, saranno proporzionale H L. H M :: G D . ma è H L. H M :: G B. G C a causa dei triangoli simili L M H e B C G.

Quare G B. G C : : G D. G E, adeoque ang. B G C > ang. D G E per lemma 1, hoc est; ang. L H M > ang. D G E, sive ang. p H t > ang. P G T.
Q. E. D.

Perché G B. G C :: G D. G E, e così ang. B G C > Ang. D G E per il lemma 1, cioè; Inglese L H M > Ang. D G E, o ang. pHt > Ang. P G T
Q.E.D.

Pag 85 – 98

CÆTERUM, ut de mutuis angulorum P G T & p H t (in fig. 33.) proportionibus habeatur plenior determinatio, dico præterea, quod sunt inter se quam proxime ut lineæ A B & AD; segmenta nempe basium triangulorum æquialtorum, quorum alterum E G D constituitur a radiis G P ac G T, cum perpendiculo A F concurrentibus, & alterum C G B sit simile triangolo M·H·L a radiis H p & H t

Inoltre, affinché le proporzioni degli angoli reciproci P G T & p H t (nella fig. 33.) possano essere determinate più pienamente, dico inoltre che sono tanto vicini tra loro quanto le linee A B & AD; cioè i segmenti delle basi dei triangoli equilateri, uno dei quali E G D è costituito dai raggi G P e G T, concorrenti con la perpendicolare A F, e l'altro C G B è simile al triangolo M·H·L similmente costituito dai raggi H p e H t.

similiter constituto.

Nam anguli E G D & C G B, si essent infinite parvi, forenc inter se ut AB ad A D per lem. 2.

Infatti gli angoli E G D e C G B, se fossero infinitamente piccoli, sarebbero perpendicolari tra loro come AB ad AD D secondo la legge. 2.

At isti ex hypothesi sunt æquales angulis P G T & p H t.

Ma per ipotesi questi sono uguali agli angoli P G T & p H t.

Quare etiam illi P G T & p H t, modo essent infinite parvi, forent itidem ut A B ad AD; & pari ratione constat, quod sunt quam proxime ut A C ad A E.

Perché anche quei P G T & p H t , se solo fossero infinitamente piccoli, sarebbero uguali ad A B ad AD; e per lo stesso motivo è evidente che sono vicini quanto AC ad A E

Scilicet eorum ratio has duas rationes semper intercedit, & ideo veritatem adhuc propius assequemur adhibendo rationem intermediam.

Naturalmente il loro ragionamento si interpone sempre tra questi due ragionamenti, e quindi arriveremo ancora più vicini alla verità utilizzando un ragionamento intermedio.

Nempe quod est P G T ad p H t ut A B + A C ad A D + A E, vel ut √ A B x A C ad √ A D x A E proxime.

Naturalmente, quanto fa P G T a p H t come A B + A C in A D + A E, o come √ A B x A C in √ A D x A E approssimativamente.

P R O P. XII

P R O P. XII

Radios diversorum generum a dato puncto prostuos designare, quorum refracti per aliud punctum datum transibunt.

Designare raggi di diversa specie che partono da un punto dato, le cui rifrazioni passeranno per un altro punto dato.

CUM punctorum alterutrum infinite distet, ut radii ex eâ parte existent paralleli; res per prop. 4 & 5 absolvitur, & per prop. 6 cum utrumque infinite distat.

Quando due punti sono infinitamente distanti l'uno dall'altro, in modo che i raggi da quel lato esistono paralleli; cosa per prop. 4 e 5 è completata, e dalla prop. 6 poiché entrambi sono infinitamente distanti.

SCHOL. E re erit, ut ostendam, quomodo ex datâ alicujus radii positione cæteri omnes expeditius determinentur.

SCUOLA Sarà da questo punto che potrò mostrare come, dai dati della posizione di un raggio, tutti gli altri possano essere determinati più opportunamente.

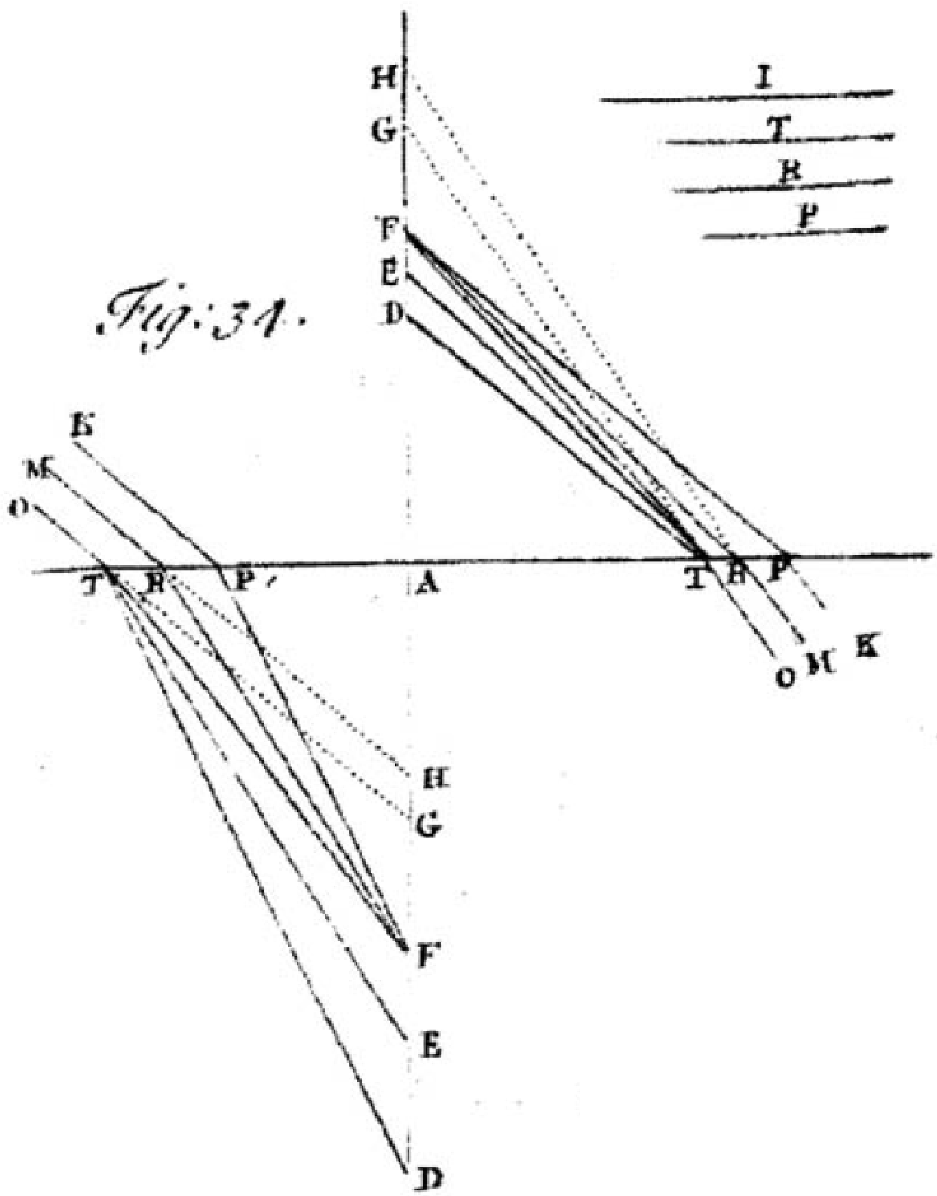


Fig: 31.

CAS. 1. SINT in fig. 34. F T, F R, F P radii ab F prodeuntes, quorum refracti T O, R M, P R paralleli sunt futuri.

CAS 1. Lascia entrare la fig. 34. F T, F R, F P raggi procedenti da F, i cui rifratti TO, R M, P R saranno paralleli.

Et radii F T esto sinus incidentiæ ad sinum refractionis, sicut I ad T, quemadmodum & radiorum F R & F P sinus isti siout I ad R & P.

E sia il raggio F T il seno d'incidenza al seno di rifrazione, come I a T, così come questi seni dei raggi F R & F P sono fuori I a R & P

Jam ut horum quovis positione dato cæteri confestim designentur, demitte F A refringenti normalem, & in angulo F A T inscribe T E, T D hâc lege, ut sit T. R, P : : T F. T E. T D, & ipsis T E, T D age parallelas F R, F P.

Ora, affinché l'ormo in una data posizione possa essere immediatamente designato dagli altri, lasciamo F A la normale alla rifrazione, e nell'angolo F A T inscriviamo T E, T D in questo modo, in modo che sia T. R, P : : T F. T E. T D, e traccia loro le parallele T E, T D F R, F P

Dico factum.

Detto fatto.

Scilicet refractis T O, R M cum perpendiculo D A ocourrentibus in G & H, erit I. T : : T G. T F; & præterea cum sit T. R : : T F. TE (hyp.), erit ex aæquo I. R : : TG. TE.

Naturalmente, rifrangendo T O, R M con la perpendicolare D A che si verifica in G & H, sarà I. T : : T G. T F; e inoltre, quando sarà T. R : : T F. TE (hyp.), sarà uguale a I. R : : TG. VOI

Sed est I. R : : R H. R F, ergo T G.T E : : R H. R F; atque adeo, cum T E & R F parallelæ sunt (ex hyp.), erunt etiam T G & R H parallelæ. Q. E. O.

Ma è I. R :: R H. R F, quindi T G.T E :: R H. R F; e perciò essendo T E & R F parallele (da hyp.), anche T G & R H saranno parallele. Q.E.O.

Deque radii P K parallelismo consimile est ratiocinium.

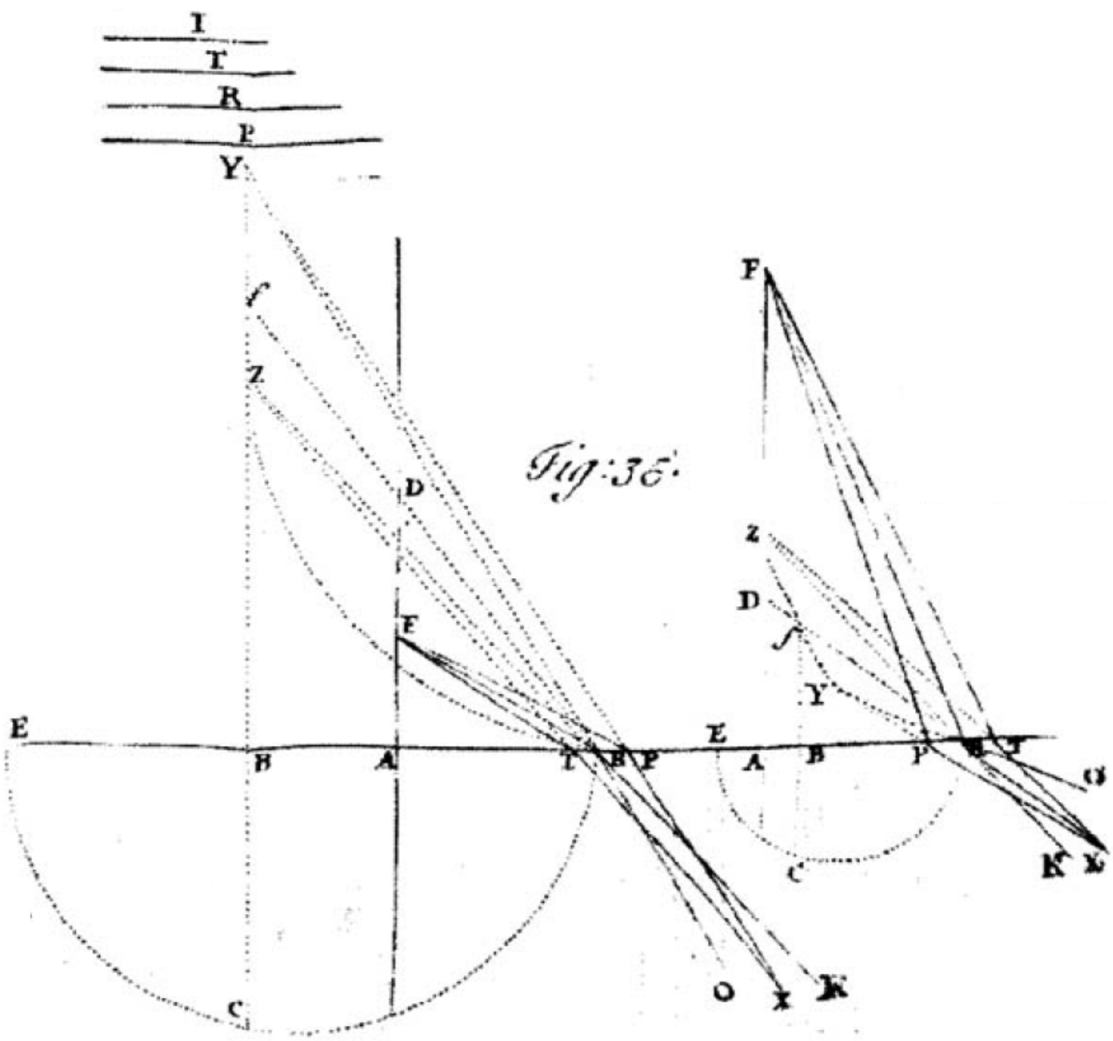
Pertanto il parallelismo del raggio P K è simile al ragionamento.

CAS. 2. SI parallelis incidentibus refracti ad datum punctum convergant, propositum nihil secus exequaris, ut e prop. patet.

CAS 2. SE i paralleli rifratti convergono ad un punto dato, lo scopo non si realizza altrimenti, come dalla prop. è chiaro

CAS. 3. Denique si divergant incidentes, & refracti convergant, problema solidum est, sed ad planum quodammodo reducitur fingendo differentiam refrangibilitatis infinite parvam esse, quæ cum semper sit admodum exigua, solutionem ex istâ hypothesi haud gravatim exhibebo.

CAS 3. Infine, se gli incidenti divergono e i refrattari convergono, il problema è solido, ma si riduce in qualche modo ad un piano immaginando che la differenza di rifrattibilità sia infinitesimamente piccola, che poiché è sempre molto piccola, presenterò la soluzione da questa ipotesi senza difficoltà.



PONE F R X (fig. 35) radium esse positione datum, & radios F P X, FT X (quorum datæ sunt sinuum incidentiæ & refractionis rationes) punctis F & X interferendos esse.

Supponiamo che F R X (fig. 35) sia la posizione data del raggio, e che i raggi F P X, FT X (di cui sono dati i rapporti di incidenza e rifrazione) siano intersecati dai punti F & X.

Jam alios etiam radios æque refrangibiles ac radios F P, F T singe secundum lineam F R incidere, & refractos eorum R O, R K (ope prop. tertiæ) describe, centraque radiationum Y & Z (per prop. 8.) quære, ac junge Y X ac Z X refringenti occurrentes in P ac T.

Ora si sechino gli altri raggi ugualmente rifrattabili e i raggi F P, F T lungo la linea F R, e si descrivano i loro refrattari R O, R K (con l'aiuto della terza prop.), si trovino i centri dei raggi Y e Z (dalla prop. 8.), e unire la rifrazione Y X e Z X che si verifica in P e T

Dico factum.

Detto fatto.

Nempe F P X, F T X esse radios, quos oportuit designare.

Naturalmente F P X e F T X sono i raggi che doveva designare.

Nam, cum ex hypothefi, differentia refrangibilitatis, adeoque distantia punctorum T, R & P, sit indefinite parva, constat homogeneos radios R O, P X sibi mutuo vicinissimos esse, & inde ab codem radiationis puncto Y divergere, recte ita determinari radium P X per radii R O centrum radiationis transiturum esse, deque radio T X par est ratio.

Poiché poiché, per ipotesi, la differenza di rifrattibilità, e quindi la distanza tra i punti T, R e P, è indefinitamente piccola, è chiaro che i raggi omogenei R O e P X sono molto vicini tra loro, e quindi divergono da il codice di radiazione nel punto Y, in modo che il raggio P X sia correttamente determinato dal raggio R O che passerà il centro di radiazione, e quindi il rapporto T X è uguale al raggio.

Pag 88 – 101

VERUM enimvero, cum anguli P X T determinatio eo spectet, ut noscatur, quanta sit objectorum, mediante refractione visorum,

Infatti, quando si guarda alla determinazione dell'angolo P X T, si può sapere quanto è grande, mediante la rifrazione degli oggetti visti, a causa delle propter inæquabiles absimilium radiorum refractiones confusio, perque quantum spatium colores inde emergentes extenduntur, quemadmodum pateat concipiendo F esse punctum lucidum, quod oculo in X constituto per totum angulare spatium P X T, quod radiis P X ac T X maxime minimeque omnium refrangibilibus comprehenditur, dilatum ac diffusum appareat; de magnitudine ejus paucula adjiciam.

rifrazioni ineguali dei raggi dissimili, e attraverso quale spazio i colori che ne emergono si estendono, così come risulta chiaro concependo che F è un punto luminoso, il quale è fissato all'occhio in X da tutto lo spazio angolare P X T, che è compreso soprattutto dai raggi P X e T X refrattari, dovrebbero apparire dilatati e diffusi; Aggiungerò alcune parole sulle sue dimensioni.

Finge lineam curvam Y f Z descriptam esse, in quâ radiationum centra radiorum omnigenorum jacent, secundum lineam F R incidentium, & ita refractorum in puncto R, ut per totum angulum K R O divaricent, & ista curva non male assimilabitur objecto lucido, cujus angulus vilibilis, sive apparens magnitudo, ad oculum in X situm, sit Y X Z, ac distantia ab eodem oculo ad meditullium ejus æstimata f X.

Immaginiamo che sia descritta la linea curva Y f Z, nella quale giacciono i centri di radiazione dei raggi omnigeni, secondo la linea F R incidente, e rifratti nel punto R in modo tale che divergono per tutto l'angolo K R O, e questa curva sarà non essere male assimilato ad un oggetto luminoso, il cui angolo sia trascurabile, oppure la magnitudine apparente, per l'occhio situato in X, sia Y X Z, e la distanza stimata dall'occhio stesso al suo centro f X.

Et hinc consectatur.

E da qui segue.

1. QUOD (cum rei visibilis apparens magnitudo pene sit reciproce ut distantia ejus) stante puncto F, & puncto X in linea R X ubicunque sumpto, angulus P X T sive Y X Z pene erit reciproce ut longitudo f X.

1. Che (poiché la dimensione apparente di una cosa visibile è quasi inversamente proporzionale alla sua distanza) stando nel punto F e nel punto X della linea R X ovunque preso, l'angolo P X T o Y X Z sarà quasi inversamente proporzionale alla

lunghezza f X .

Et hinc intervallo R X diminuto angulus P X T augetur, ejusque quantitas in quâlibet puncti X distantiâ dabitur, si modo data fuerit unquam in quâpiam distantiâ.

E quindi al diminuire della distanza R X, l'angolo P X T aumenta, e la sua quantità sarà data a qualsiasi distanza da X, se mai è stata data a qualsiasi distanza.

Pag 89 – 102

2. QUINETIAM angulo O R K cognito, cognoscitur angulus quilibet P X T, sumendo eum in ratione ad O R K, quam habet R f ad X f; quippe cum Y R Z (cui O R K æquatur) sit objecti Y f Z in distantiâ f R apparens magnitudo.

2. Ora che l'angolo O R K è noto, qualunque angolo P X T è noto prendendolo in relazione ad O R K, che R f ha rispetto a X f; poiché Y R Z (a cui O R K è uguale) è la grandezza apparente dell'oggetto Y f Z alla distanza f R

3. CUM itaque angulus O R K, pro quâlibet obliquitate radiorum juxta R F incidentium, supra in schol. ad prop. 11 determinatus habeatur, & punctum f haud difficile inveniatur; faciendo juxta prop. 8 ut sit R F. R f : : $\frac{A\,F\,q}{R\,F}.\frac{A\,D\,q}{R\,D}$,(*) fatis constat anguli P X T inventio.

3. Quando dunque l'angolo O R K, per qualsiasi obliquità dei raggi incidenti presso R F, sopra in schol. puntellare. 11 si considera determinato, ed il punto f non è difficile da trovare; facendo secondo prop. 8 deve essere R F. R f : : (A F q)/(R F) . (A D q)/(R D) (*), la scoperta dell'angolo P X T è determinata dal destino.

** Prop. 8. (fig. 30.) habuimus R F. R f : : F G. D H. Sed (per prop. 8. lib. 6. Euclid.) triangula F R A &; F G A, ita triangola D R A & D H A similia sunt; unde est F G = (A F q)/(R F) , & D H = (A D q)/(R D). Ideoque erit R f : : (A F q)/(R F) . (A D q)/(R D) , quod hic asseritur.*

* Prop. 8. (fig. 30.) avevamo R F. R f : : F G. D H. Ma (per prop. 8. lib. 6. Euclid.) i triangoli F R A &; F G A, quindi i triangoli D R A & D H A sono simili; quindi F G = (A F q)/(R F) , & D H = (A D q)/(R D). Pertanto sarà R f : : (A F q)/(R F) . (A D q)/(R D) , che qui si afferma.

4· AT ex abundanti subnoto prædictam curvam Y f Z, in quâ radiorum omnis generis, in puncto R refractorum, radiationum centra locantur, esse cissoidem vulgarem

4· AT dall'abbondante sottonotazione che la predetta curva Y f Z, nella quale si trovano i centri delle radiazioni di ogni specie, rifratte nel punto R, è un cissoide comune o cerchio sive Diocleam circulo accommodatam, cujus diameter R E, si modo sit A F q. F R q : : A R. R E.

diocleo adattato, il cui diametro R E, se solo LA FAq. F R q :: A R. R E

Descripto circulo isto R C E, agatur quævis recta f B C normalis ad R E, circuloque in C & curvâ in f terminata.

Descritta da questo cerchio R C E, qualsiasi linea retta f B C normale a R E, e il cerchio in C e la curva terminata in f.

Et propter analoga latera similium triangulorum R A D, R B f, erit A D q. A R X D R : : B f q. B R X f R; & applicando posteriorem rationem ad B R, siet A D q. A R x D R : : $\frac{B\,f\,q}{B\,R}$. f R, rursufque ducendo consequentes rationum in R f, & applicando ad A R, orietur, A D q. D R x R f : : $\frac{B\,f\,q}{B\,R}$. $\frac{R\,f\,q}{A\,R}$.

E per i lati analoghi dei triangoli simili R A D, R B f, sarà A D q. A R X D R :: B f q. B R X f R; ed applicando quest'ultima ragione a B R, sia A D q. A R x D R : : (B f q)/(B R). f R, e ancora traendo le conseguenze delle ragioni in R f, e applicandole ad A R, nascerà A D q. D R x R f : : (B f q)/(B R). (R f q)/(AR).

Est autem $\frac{A\,f\,q}{F\,R}$. $\frac{A\,D\,q}{D\,R}$: : R F. R f ut prius, & consequentibus in D R & antecedentibus in F R ductis, oritur A F q. A D q : : F R q. D R x R f, & vicissim A F q. F R q : : A D q. D R X R f.

Ora è (A f q)/(F R). (A D q)/(D R) : : R F. R f come prima, e coi conseguenti in D R e gli antecedenti tracciati in F R, risulta A F q. A D q :: F R q. D R x R f, e viceversa A F q. F R q :: A D q. D R X R f.

Pag 90 – 103

Quamobrem rationes eidem tertiæ congruentes connectendo, habebitur $\frac{B\,f\,q}{B\,R}$. $\frac{R\,f\,q}{A\,R}$: : A F q. F R q, ducendoque antecedentes rationum in B R, & consequentes in A R, prodibit B f q. R f q : : A F q x B R. F R q x A R, & insuper applicando posteriorem rationem ad A F q, siet B f q. R f q : : B R.

Pertanto, collegando gli stessi rapporti in terzi, avremo (B f q)/(B R). (R f q)/(AR) : : A F q. F R q e portando gli antecedenti delle ragioni in B R, ed i conseguenti in A R, apparirà B f q R f q : : A F q x B R. F R q x A R, ed inoltre applicando quest'ultimo motivo ad A F q, sarà B f q R f q : : B R. (F R q x A R)/(A F q) .

$\frac{F R q x A R}{A F q}$.

A F q, erit $\frac{F R q x A R}{A F q}$ = R E, & proinde B f q. R f q : : B R. R E, ac divisim B f q. R f q - B f q (B R q) : : B R. B E.

A F q sarà (F R q x A R)/(A F q) = R E, e quindi B f q. R f q :: B R. R E, e separatamente B f q R f q - B f q (B R q) : : B R. B E.

Atqui ex naturâ circuli est B C media proportionalis inter B R & BE, adeoque est B R. B E : : B R q. B. C q, & proinde B f q. B R q : : B R q. B C q, sive B f. B R : : B R. B C, quod indicat curvam esse cissoidem, sicut ostendendum proposui.

Ma per la natura del cerchio, BC è la media proporzionale tra B R & BE, e quindi è B R. B E :: B R q. B. C q, e quindi B f q. B R q :: B R q B C q, o B f. B R : : B R. B C, che indica che la curva è cissoide, come mi proponevo di mostrare.

REFRACTIONIBUS ad superficiem, data duo media disterminantem, transactis, ad explorandum quid, ex auctâ alterius medii raritate vel densitate, consequitur, sive ad diversorum mediorum effectus inter se conferendum, jam animum adjicio.

RIFRAZIONI in superficie, passati attraverso i due mezzi che li contraddistinguono, aggiungo ora la mia attenzione all'indagine di ciò che risulta dall'aumento della rarità o densità dell'altro mezzo, ovvero al reciproco contributo degli effetti dei diversi media.

Pag 91 – 104

L E M M A III

Si a duobos punctis D, G (fig. 36.) in lineâ quâpiam A D sitis, ad alia duo puncta L, N in ejus perpendiculo sita, ducantur quatuor rectæ D N, D L, G N, G L, ratio ductarum ad punctum re-motius N magis accedit ad æqualitatem, quam ratio ductarum, ad vicinius punctum L, sive est G N. D N > G L. D L.

Se dai due punti D, G (fig. 36.) situati sulla linea A D, ad altri due punti L, N situati ad essa ortogonali, si tracciano quattro rette D N, D L, G N, G L, il rapporto di le linee tracciate al punto N sono più lontane dall'uguaglianza, rispetto al rapporto delle linee, al punto L più vicino, o è G N. D N > G L. D L.

SIT enim G N. D N : : G L. R, & erit G N q. D N q : : G L q. R q : : G N q - G L q. D N q - R q.

Infatti sia G N. D N :: G L. R, e sarà G N q. D Nq :: G L q. R q :: SOL N q - SOL L q. D N q - R q.

Quare, cum sit D N > G N, sive D N q > G N q, erit D N q - R q > G N q - G L q.

Dunque essendo D N > G N, ovvero D N q > G N q, sarà D N q - R q > G N q - G L q.

Verum est G N q - G L q = D N q - D L q (§. 46.) & ideo D N q - R q > D N q - D L q, hoc est D L q > R q, sive D L > R.

È vero che G N q - G L q = D N q - D L q (§. 46.) e quindi D N q - R q > D N q - D L q, cioè D L q > R q, ovvero D L > R

Atque adeo, cum supponatur G N. D N : : G L. R, erit G N, D N
> G L. D L.
Q. E. D.

E così, quando si suppone G N. D N : : G L. R, sarà G N, D N
> G L. D L.
Q.E.D.

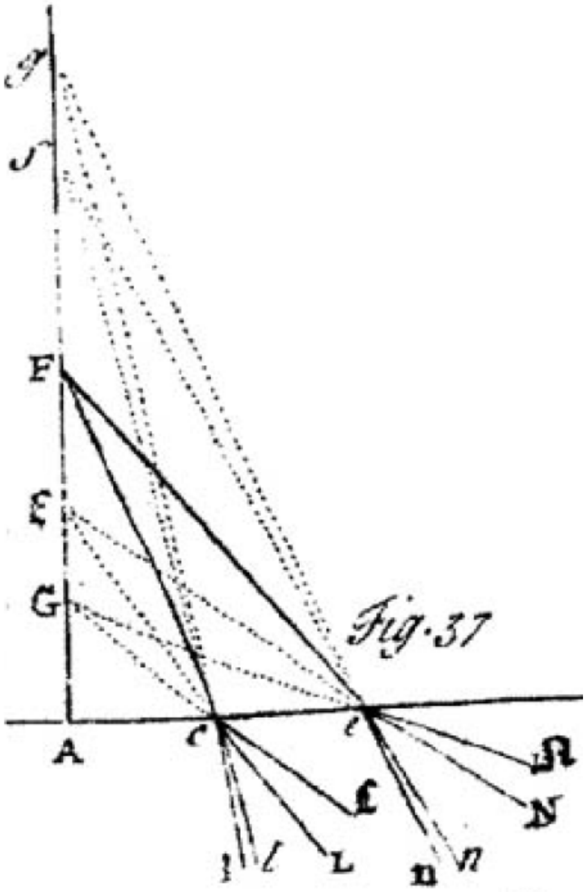
P R O P. XIII

P R O P. XIII

Posito radiorum diversi generis communi sinu incidentiæ, quo magis diversa est mediorum densitas, eo major erit inæqualitas rationi sinuum refractionis.

Se raggi di diversa specie vengono posti in un comune seno d'incidenza, quanto più diversa è la densità dei mezzi, tanto maggiore sarà la disuguaglianza del rapporto dei seni di rifrazione.

Pag 92 – 105



IN fig. 37. sit F e radius e minime refrangibilibus utcunque in superficiem A e incidentibus, sitque refractus ejus c l, qui retroactus fecet perpendiculum F A in f.

Dein capiatur A e; ut sit F e ad F c in datâ quâdam ratione, qualem antea descripsimus, (§. 44, 45 & 49.) hâc scilicet conditione, ut habito F e pro radio maxime refrangibili, refractus ejus ab eodem puncto f divergat.

Facto hoc, si pro posteriori medio aliud utcunque densum rarumve substituatur, ejusmodi duo radii secundum easdem rectas F e, F c incidentes, semper debent ita

NELLA FIGURA 37. Sia F e il raggio meno rifrattabile e incidente sulla superficie A e, e sia c l il suo rifrattore, il quale, retratto, forma una perpendicolare F A in f.

Allora sia preso A e; cosicché vi è da F e a F c in un dato modo, come abbiamo precedentemente descritto (§. 44, 45 e 49.) in questa condizione, cioè, poiché F e è ritenuto il raggio più rifrattabile, il suo la rifrazione diverge dallo stesso punto f.

Fatto ciò, se al medio posteriore si sostituisce qualche altra cosa, per quanto grossa o rara, due raggi di tale specie, incidenti lungo le stesse linee F e, F c, refringi, ut ab eodem aliquo perpendiculi istius puncto similiter divergant, (§. 45 & 46.) quemadmodum a g versus I & n; posito quod hoc medium posterius sit densitatis ab anteriori magis diversæ, quam alterum posterius medium, quod efficiebat divergentes a f.

devono sempre essere rifratti in modo da divergere similmente da lo stesso punto della perpendicolare, (§§ 45 e 46.) a g contro I & n; supponendo che questo medio posteriore sia di densità più diversa dall'anteriore, dell'altro medio posteriore, il che lo rendeva divergente da f.

Ostendendum est itaque, quod major sit inæqualitas rationis sinuum refractionis in posteriori quam in priori casu.

Bisogna dunque dimostrare che la disuguaglianza del rapporto dei seni di rifrazione è maggiore in quest'ultimo che nel primo caso.

Scilicet radii F c l sinus incidentiæ est ad sinum refractionis ut f c ad F c, hoc est, ut 1 ad $\frac{F\,c}{f\,c}$.

Naturalmente il seno d'incidenza del raggio F c l sta al seno di rifrazione come f c sta a F c, cioè come 1 sta a (F c)/(f c).

Et sic radii F e n sunt ut 1 ad $\frac{F\,e}{f\,e}$, quare sinus refractionum eorundem radiorum sunt inter se ut $\frac{F\,c}{f\,c}$ ad $\frac{F\,e}{f\,e}$.

E così i raggi di F e n stanno tra loro come 1 a (F e)/(f e), quindi i seni delle rifrazioni degli stessi raggi stanno tra loro come (F c)/(f c) a (F e)/(f e).

Et simili discursu constabit, quod radiorum c l, e n, refractorum consimiles refractionum sinus sunt ut $\frac{F\,c}{g\,c}$ ad $\frac{F\,e}{g\,e}$.

E da una discussione simile si stabilirà che i raggi rifratti c l, e n sono simili ai seni di rifrazione come da (F c)/(g c) a (F e)/(g e).

Restat itaque probandum, quod inter $\frac{F\,c}{g\,c}$ & $\frac{F\,e}{g\,e}$ major sit disproportio quam inter $\frac{F\,c}{f\,c}$ & $\frac{F\,e}{f\,e}$; hoc est (cum sit $\frac{F\,e}{f\,e} > \frac{F\,c}{f\,c}$ per lem. 3) probandum restat, quod sit $\frac{F\,e}{g\,c}.\frac{F\,c}{g\,c} > \frac{F\,e}{f\,e}.\frac{F\,c}{f\,c}$.

Resta quindi da dimostrare che tra (F c)/(g c) & (F e)/(g e) vi sia una sproporzione maggiore che tra (F c)/(f c) & (F e)/(f e) ; questo è (poiché è (F e)/(f e) > (F c)/(f c) per il lemma 3) resta da dimostrare che è (F e)/(g c). (F c)/(g c) > (F e)/(f e). (Fc)/(fc).

Scilicet est g e. f e < g c. f c, per lem. 3, & sumendo reciproca rationum, erit $\frac{1}{g\,e}.\frac{1}{f\,e} > \frac{1}{g\,c}.\frac{1}{f\,c}$; ducendoque priorem rationem in F e, & posteriorem in F c, orietur $\frac{F\,e}{g\,e}.\frac{F\,e}{g\,e} > \frac{F\,c}{g\,c}.\frac{F\,c}{f\,c}$, e vicissim $\frac{F\,e}{g\,e}.\frac{F\,c}{g\,c} > \frac{F\,e}{f\,e}.\frac{F\,c}{f\,c}$. Q. E. D.

Naturalmente è g e. f e < g c. f c, di lem. 3, e prendendo il reciproco dei rapporti, sarà 1/(g e). 1/(f e) > 1/(g c). 1/(fc); e prendendo il primo rapporto in F e, e il secondo in F c, si avrà (F e)/(g e). (F e)/(g e) > (F c)/(g c). (F c)/(f c), e a sua volta (F e)/(g e). (F c)/(g c) > (F e)/(f e). (F y)/(f c). Q.E.D.

SCHOL. Demonstratio perinde se habet in literis majusculis (quibus refractiones designavi cum posterius medium sit anteriori rarius) si modo vice signi > ubique subintelligatur signum <, & > vice <.

SCUOLA. Si dimostra ugualmente se formulata in lettere maiuscole (con le quali ho designato le rifrazioni nel momento in cui il posteriore centrale è l'anteriore più distante) solamente se al posto del segno > si sottintenda ovunque il segno <, e > al posto di <.

Notabis insuper, quod in *hâc demonstationes* posui densitatem posterioris tantum medii variatarn esse, sed eodem recidit, si anteriora media successive varia adhiberi, posteriori non mutato, sive quod tantundem est, si refractiones e posteriori medio in anterius vicissim peragi concipias.

Noterete inoltre che in queste dimostrazioni ho affermato che varia soltanto la densità del mezzo posteriore, ma è la stessa se si variano successivamente i mezzi anteriori, senza cambiare il posteriore, oppure che è la stessa se si concepire le rifrazioni da effettuare a turno dal mezzo posteriore a quello anteriore.

Siquidem radiis in superficiem alterutrinque incidentibus consimiles sunt sinuum rationes.

Infatti i raggi incidenti sulla superficie su entrambi i lati sono simili in termini di seni.

Cæterum de exactâ horum sinuum pro quibuslibet propositis mediis ratione investigandâ differui ante,

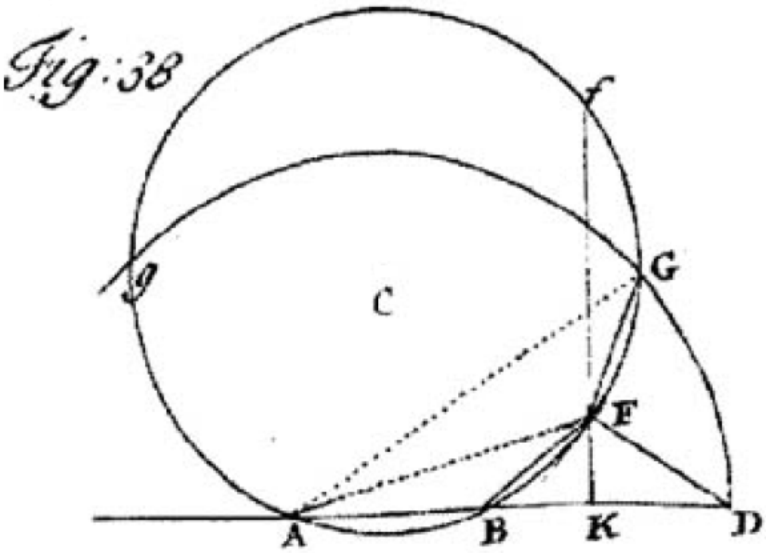
Inoltre, avevo precedentemente rinviato a indagare l'esattezza di queste tasche per qualsiasi

& propositionem haud attigissem, si non exigisset prop. 15. mox tradenda.

mezzo proposto, e non sarei arrivato alla proposta se prop. 15. in consegna a breve.

Pag 94 – 107

L E M M A IV



Centro A, distantiâ quâvis A D, in fig. 38. describatur circulus D G g; deinde centro quolibet C, distantiâ A C, describatur alius circulus secans rectam A D in B, & circulum prius descriptum in G. Tum arcus B G bisecetur in F, & F K demittatur ad B D perpendicularis. His ita constituis, dico, quod F K sic perpendiculatiter demissa dictam B D bisecabit.

Dal centro A, la distanza tra A e D, in fig. 38. è descritto il cerchio D G g; poi nel centro di ciascuna C, lontano da A C, si descrive un altro cerchio che taglia la linea A D in B, e il cerchio prima descritto in G. Poi l'arco B G si divide in due in F, e si lascia cadere F K perpendicolare a B D. Con queste hai determinato, dico, che F K, così abbassato perpendicolarmente, dividerà in due la detta B D.

JUNCTIS enim A F, A G, B F, F G &

Per A F, A G, B F, F G & F D si

F D.

uniscono insieme.

In triangulis A F G & A F D anguli ad A sunt æquales propter æquales arcus B F, F G, quibus subtenduntur; item latera circa istos angulos A D & A G sunt æqualia, quippe radii ejusdem circuli; & aliud latus A F habent commune, quare etiam tertia latera F G & F D sunt æqualia.

Nei triangoli A F G e A F D gli angoli in A sono uguali perché sono uguali gli archi B F, F G, da cui sono sottesi; parimenti i lati attorno a questi angoli A D & A G sono uguali, essendo i raggi dello stesso cerchio; ed hanno un altro lato A F in comune, quindi anche i terzi lati F G & F D sono uguali.

Sed est B F æqualis F G propter æqualitatem arcuum, quos subtendunt, adeoque FB = F D, & triangulum F K B = triangulo F K D, & inde B K = K D.

Ma B F è uguale a F G per l'uguaglianza degli archi che sottendono, e quindi FB = F D, e il triangolo F K B = il triangolo F K D, e quindi B K = K D

COROL. 1. HINC recta K F, quæ subjectam ipsi B D bisecat, eique insistat normaliter, bisecabit etiam arcus B G, circulorum omnium per data duo puncta A & B transeuntium, & alicubi in G secantium datum circolum D G centro A intervallo A G descriptum.

COLONNELLO 1. QUESTA linea retta K F, che divide in due il soggetto B D stesso, ed è normale ad esso, dividerà anche in due l'arco B G di tutti i cerchi che passano per i due punti A e B dati e che intersecano da qualche parte in G il cerchio dato D G descritto con il centro A alla distanza A G.

Pag 95 – 108

Imo & bifecabit arcus B G g in altero intersectionis puncto f.

Sì, e l'arco B G g si bisecherà nel secondo punto di intersezione f.

COROL. 2. lDEM eveniet, cum A & B coincidunt, hoc est, cum circuli A F G tangunt rectam A D in puncto A B.

COLONNELLO 2. Ciò avverrà quando A e B coincidono, cioè quando i cerchi A F G toccano la linea A D nel punto A B.

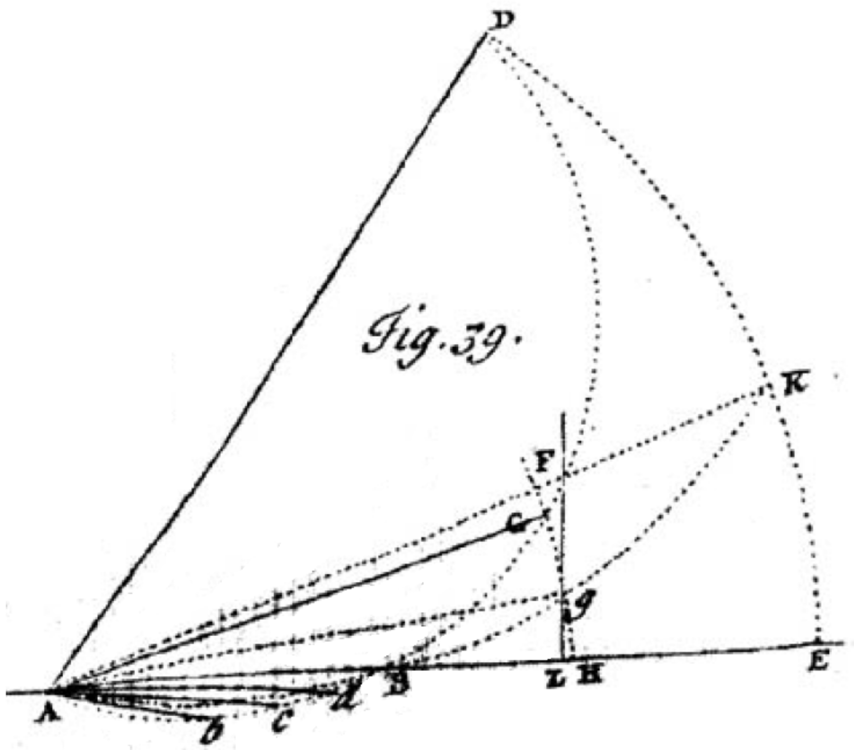
Potest etiam B sumi ad alteras partes ipsius A.

B può anche essere portato in altre parti di A.

In transcursu etiam notetur, quod anguli B F K, B G D, quos circulus A B F cum rectâ F K & arcu G D efficit, sint æquales.

Si noterà ancora incidentalmente che gli angoli B F K, B G D, che forma il cerchio A B F con la retta F K e con l'arco G D, sono uguali.

LEMMA V



Lineis quatuor A b, A B, A c, A G (fig. 39.) circulo alicui ab eodem circumferentiæ puncto ita inscriptis, ut sit A b, A B : : A c. A G, quorum omnium A b sit minima: Dico angulum B A G majorem esse angulo b A c.

Le quattro linee A b, A B, A c, A G (fig. 39.) sono inscritte in un cerchio dallo stesso punto della circonferenza in modo tale che A b, A B : : A c A G, di cui A b è il minore: dico che l'angolo B A G è maggiore dell'angolo b A c.

DESCRIBATUR enim alius circulus A B g, secans priorem in puctis A &

Per un altro cerchio si descrive A B g, tagliando il primo nei punti

B, cujus diameter sit ad ejus A B G diametrum sicut A B ad A b, centris utrisque ad easdem partes ipsius A B jacentibus.

A e B, il cui diametro sta al diametro di A B G come A B sta ad A b, i centri di entrambi giacendo sulle medesime parti di A B.

Dein centro A, distantiâ A G, describe tertium circulum G H, secundo occurrentem in g, & istud g ex constructione jacebit alicubi inter G & H; atque adeo, si A g ducatur, erit angulus B A G major angulo B A g.

Quindi dal centro A, a una distanza da A G, descrivi un terzo cerchio G H, il secondo che ricorre in g, e questo g si troverà per costruzione da qualche parte tra G e H; e perciò se si traccia A g, l'angolo B A G sarà maggiore dell'angolo B A g.

Est autem angulus B A g = angulo b A c, propterea quod A B & A g similiter inscripta sunt circulo A B g, ac A b & A c ipsi A b c, habentes nempe easdem rationes & inter se, (A b. A c : : A B. A G vel A g) & ad diametros circulorum, quibus inscribuntur.

Ora l'angolo B A g = l'angolo b A c, perché A B e A g sono similmente inscritti nel cerchio A B g, e A b e A c sono essi stessi A b c, cioè hanno tra loro gli stessi rapporti & (A b. A c : : A B. A G o A g) & ai diametri dei cerchi in cui sono inscritti.

Pag 96 – 109

Cum ergo sit B A G > B A g = b A c, erit B A G > b A c.
Q. E. D.

Poiché allora B A G > B A g = b A c, sarà B A G > b A c.
Q.E.D.

COROL. 1. HINC in eodem quovis radiorum genere, quo major est refractio, eo major erit angulus refractus.

COLONNELLO 1. QUI, nello stesso tipo di raggi, maggiore è la rifrazione, maggiore sarà l'angolo rifratto.

In fig. 27. ubi est F R. R D : : F r. r d, erit angulus F r d > ang. F R D.*

Nella fig. 27. dove è F R. R D : : F r. r d, sarà l'angolo F r d > ang. F R D.*

** Si enim (fig. 39 & 27) A b & A c sinus designant anguli refracti & incidentiæ in radio lucis minus obliquo, ut F R; A B & A G hos designabunt in radio obliquiori, ut F γ , quoniam ex hypotesi est: A b . A*

* Perché se (fig. 39 e 27) A b & A c denotano il seno dell'angolo di rifrazione e incidenza nel raggio di luce meno obliquo, come F R; A B & A G li designeranno in un raggio più obliquo, come F γ , poiché è

c : : A B . A G ; & anguli B A c, B A G æquales erunt angulis refractis F R D, F γ d. Quonim vero est: B A G > b A c, erit F γ d > F R D. Vid. Barrovius Lectiones Opticæ lect. III. § 6.

dall'ipotesi: A b . Un taxi A G e gli angoli B A c, B A G saranno uguali agli angoli rifratti F R D, F γ d. Ma poiché è: B A G > b A c, sarà F γ d > F R D. Vedi Lectiones Opticæ di Barrows lett. III. § 6.

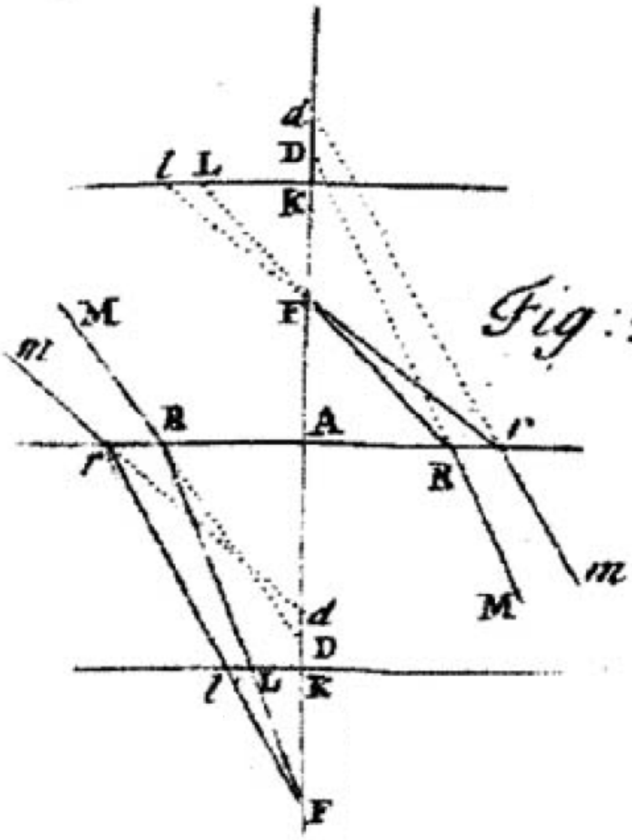


Fig: 27.

COROL. 2. HINC etiam si sit A G. A B > A c. A b, multo magis erit angulus B A G > b A c.

COLONNELLO 2. QUI, anche se A G. A B > A c. A b, l'angolo B A G > b A c sarà molto maggiore.

HOC est in genere, quo majores sunt subtensæ & simul, quo major est inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt.

Ciò è in generale, quanto maggiori sono le sottotensioni, e nello stesso tempo quanto maggiore è la disuguaglianza del loro rapporto, tanto maggiore sarà la differenza degli angoli che esse sottendono.

Atque idem de sinubus & eorum angulis, utpote subtensarum & eorum angulorum dimidiis, intellige.

E lo stesso intendiamo dei seni e dei loro angoli, come sottotensivi e metà dei loro angoli.

L E M M A VI

Insuper si arcus c d ipsi b c capiatur æqualis, & A D inscribatur circulo A B D, quæ sit ad A d sicut A G ad A c; cæteris stantibus, dico, quod arcus D G erit arcu G B major.

Inoltre, se si prendesse l'arco c d uguale a b c, e si inscrivesse A D nel cerchio A B D, il quale sta ad A d come A G sta ad A c; gli altri stando, dico che l' arco D G sarà maggiore dell' arco G B.

NAM centro A, radio AD describe circulum D K E, circulo A B g occurrentem in K & rectæ A B in E, & A K ducatur.

NAM con centro A, raggio AD descrivono il cerchio D K E, il cerchio A B g che si incontra in K & si tracciano le rette A B in E, & A K.

Jam cum A K, A g & A B circulo A B g K similiter inscribantur, atque A d, A c & A b ipsi A b c, erit arcus g K = arcui B g; quare demissâ g L ad B E perpendiculari, & productâ donec fecet arcum B D in F, ista g L per lem. 4. bisecabit tum rectam B E, tum arcum D B.

Ora quando A K, A g, A B saranno similmente inscritti nel cerchio A B g K, e A d, A c & A b stesso A b c, sarà l'arco g K = dell'arco B g; Sia dunque g L perpendicolare a BE, e producilo finché non formi l'arco B D in F, cioè g L per lem. 4. bisecherà sia la retta B E che l'arco D B

Pag 97 – 110

At quoniam g F ex constructione jacet extra circulum g G, punctum F cadet inter G & D.

Ma poiché g F per costruzione si trova all'esterno del cerchio g G, il punto F cade tra G e D.

Quare D G > D F, sive > F B, & multo magis > G B.
Q. E. D.

Perché D G > D F, oppure > F B, e molto altro ancora > G B
Q.E.D.

COROL. 1. HINC, si arcus b d non tantum duabus sed quotcunque

COLONNELLO 1. Quindi se l'arco b d consta non di due ma di un partibus æqualibus constet, correspondentes partes arcus b D, a termino b ad terminum D, sese gradatim superabunt longitudine.

numero qualunque di parti uguali, le parti corrispondenti dell'arco b D, dal capolinea b al capolinea D, a poco a poco supereranno l'una l'altra in lunghezza.

Adeoque si arcus b c ad arcum c d habeat quamcunque rationem commensurabilem, erit arcus G D. arc. BG > arc. c d. arc. b c, siquidem numerus æqualium partium mensurantium arcus b c & c d, correspondent consimili numero partium inæqualium constituentium arcus B G ac G D, quarum illæ in G D sunt omnes parte maximâ ipsius B G majores.

Inoltre, se l'arco b c e l'arco c d hanno un rapporto commensurabile, l'arco G D sarà arco. BG > arco. CD. arca b c, poiché al numero di parti uguali che misurano gli archi b c & c d corrisponde lo stesso numero di parti disuguali che costituiscono gli archi B G, G D, delle quali quelle in G D sono tutte maggiori di BG nella maggior parte.

Quinetiam, si b c ad c d habeat quamcunque rationem ineommensurabilem, erit itidem G D. BG > c d. b c.

Ancora, se b c rispetto a c d ha un rapporto incommensurabile, sarà parimenti G D. BG > c d C.

Nam rationum similitudines, quæ quantitatibus commensurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam incommensurabilibus similiter affectis, quemadmodum ex Euclideâ definitione similium rationum ostendi potest.

Infatti le somiglianze dei rapporti che concordano indefinitamente con le quantità commensurabili, con questo nome concordano anche con gli incommensurabili affetti in modo simile, come si può dimostrare dalla definizione di Euclide dei rapporti simili.

Sed facilius deprehenditur imaginando quantitates, quas vocant incommensurabiles, posse numerari per partes indefinite parvas, & sic ad naturam commensurabilium, præfertim

Ma lo si comprende più facilmente immaginando che le quantità, che essi chiamano incommensurabili, possano essere contate per parti infinitamente piccole, e quindi quoad rationum habitudines, quodammodo reduci.

Pag 98 – 111

CONCIPIAS itaque arcum b c in æquales & indefinite multas partes dividi, & ejusmodi tot sumi, quæ minus quam unâ parte (hoc est, indefinite parum) differunt ab arcu c d, atque adeo ipsi pro more consueto censeantur æquales; concipe etiam B D in partes æquales, ut ante definivi, correspondentes partibus ipsius b d dividi, & propter tot inæuales partes, majores quidem in G D & minores in B G, quot sunt æquales in c d & b c; erit G D. B G > c d. b c.

COROL. 2. HINC præterea componendo sequitur, esse B D. B G > b d. b c, nec non G D. B D > c d. b d.

COROL. 3. CONSECTATUR denique, quod ductis utcunque partibus subtensis A b, A c, A d, A e in fig. 40, & aliis quatuor A B, A G, A D, A E, quarum singulæ ad priorum singulas eandem rationem observant, (nempe A B. A b : : A G. A c : : A D. A d : : A E. A e,) si A E sit omnium rnaxi-ma, & Ab minima, erit arcus E D. arc. G B > arc. e d. arc. c b.

Nam per corol. 1. hujus, est E D. D G > e d. d c, & D G. G B > d c. c b,

ridotte in un certo modo alla natura di commensurabili, soprattutto per quanto riguarda gli atteggiamenti dei rapporti.

Immaginate adunque che l'arco b c sia diviso in parti uguali ed indefinitamente molte, e si prendano tante di tali parti che differiscono in meno di una parte (cioè indefinitamente poco) dall'arco c d, e che siano considerate uguali secondo le consuete modalità; dividi anche B D in parti uguali, come ho prima definito, corrispondenti alle parti di b d, e per tante parti disuguali, anzi maggiori in G D e minori in B G, quante sono uguali in c d & b c; sarà SOL RE. SI SOL > c d. C.

COLONNELLO 2. Combinando quanto sopra segue che B D. B G > b d. b c, né sol re. si re > c d. b d.

COLONNELLO 3. Ne consegue infine che, prese comunque dalle parti sottese A b, A c, A d, A e in fig. 40, e agli altri quattro A B, A G, A D, A E, ciascuno dei quali osserva lo stesso rapporto dei precedenti, (cioè A B. A b : : A G. A c : : A D. A d : : A E. A e ,) se A E è il più grande di tutti, e Ab il più piccolo, l'arco ED. sarà un arco. SOL B > arco. dal d. arca B.

Per di Corol. 1. di questo, è E D. D G > e d. d do, & re sol. sol si > d

& multo magis E D. G B > e d. c b.

do. c b, e molto altro ancora E D. G B > e d. B.

Haud secus patet esse arcum E G. arc. D B > arc. e c. arc. d b, scilicet ex corol. 2. hujus est E G. D G > e c. d c, ac D G. D B > d c. d b, & multo magis E G. D B > e c. d b.

Non è altrimenti evidente che l'arco E G. arc. D B > arco. da c. arca d b, ovviamente da Corol. 2. di questo è E G. D G > e c. d c e D SOL. RE B > d c. d b, e molto altro E G. D B > e c. d b.

Pag 99 – 112

Denique, quæ de subtensis & earum arcubus dicta sunt, possunt etiam de sinubus & eorum arcubus intelligi.

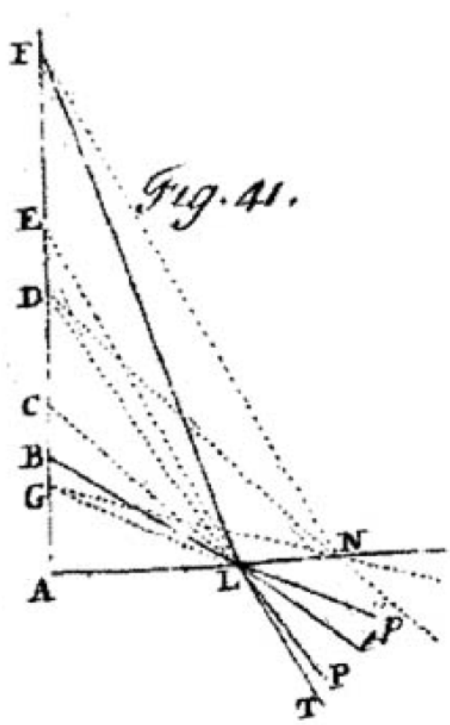
Infine ciò che si è detto dei sottotesi e dei loro archi, lo si può intendere anche dei seni e dei loro archi.

P R O P. XIV

Heterogeneis radiis e densiori medio in rarius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo rarius sit medium, in quod radii refranguntur, eo major erit differentia refractionis.

P R O P. XIV

Raggi eterogenei incidenti da un mezzo più denso ad uno più raro lungo la stessa linea data in una data posizione sulla superficie, quanto più raro è il mezzo in cui i raggi vengono rifratti, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazione.



SIT in fig. 41. F L linea, secundum quam duo radii incidunt in superficiem A L, quorum maxime refrangibilis refringatur ad P, & minime refrangibilis ad T.

SEDERSI in fig. 41. F L è una linea secondo la quale cadono sulla superficie A L due raggi, di cui il più rifrangente è rifratto in P, e il meno rifrangente in T.

Dico, quod, si medium rarius foret adhuc magis rarum, ut refringeret maxime refrangibilem radium ad p, & minime refrangibilem ad t, tunc angulus p L t foret major angulo P L T.

Dico che, se il mezzo fosse più raro ancora più raro, tanto da rifrangere in p il raggio più rifrattabile, e in t il meno rifrattabile, allora l'angolo p L t sarebbe maggiore dell'angolo P L T .

Demittatur enim F A ad refringentem supcrficiem normalis, quæ fecet refractos radios retrorsum ductos in G, C, D & E.

Infatti sia abbassata F A alla normale superficie rifrangente, la quale farà sì che i raggi rifratti siano guidati all'indietro in G, C, D ed E.

Deinde in refringente superfice quæratur tale punctum N, ut sit F N. D N : : F L, E L, ac D N productus erit refractus radii minime refrangibiiis, incidentis ab F ad N, (§. 47.)

Allora sulla superficie rifrangente si cerca un punto N tale che vi sia F N. D N : : F L, E L e D N sarà il prodotto rifratto del raggio meno rifrangente, incidente da F a N, (§. 47 .)

Jam, cum talis supponatur positio F L & F N, ut radii maxime refrangibilis secundum F L & minime refrangibilis secundum F N incidentis, refracti D L ac D N divergant a puncto D, quod situm eft in perpendiculo F A, eâ de causâ, licet raritas medii, in quod refractio peragitur, foret alia quam supponitur, tamen ejusmodi radiorum secundum easdem lineas F N & F L incidentium refracti semper divergerent ab aliquo

Ora, quando si assume la posizione di F L & F N tale che i raggi più rifrattabili secondo F L e meno rifrattabili secondo F N dell'incidente, i raggi rifratti D L e D N divergono dal punto D, che è situato sulla perpendicolare F A si svolgesse, sarebbe diverso da quello che si suppone, tuttavia raggi di questo genere rifratti lungo le stesse linee F N & F L d'incidenza divergerebbero sempre da qualche punto che è posto nella puncto, quod in eâdem F A sit positum, quemadmodum in præcdentibus ostensum est; (§. 49.) sic cum raritas dicti medii talis esse supponitur, ut maxime refrangibilis radius secundum F L incidens refringatur a puncto quopiam G; tunc minime refangibilis secundurn F N incidens refringetur ab eodem G.

stessa F A, come si è mostrato sopra; (§. 49.) dunque, supponendosi la rarità di detto mezzo tale che il raggio più rifrattabile cadente lungo F L venga rifratto da qualunque punto G; allora il secondo incidente F N meno rifrattabile sarà rifratto dallo stesso G.

Pag 100 – 113

Sed, cum maxime refrangibilis radius supponebatut a puncto G refringi, tunc etiam minime refrangibilis secundum eandem lineam F L incidens supponebatur refringi a puncto C.

Ma, poiché si supponeva che il raggio più rifrattabile fosse rifratto dal punto G, allora anche il raggio meno rifrattabile che cade lungo la stessa linea F L doveva essere rifratto dal punto C.

Quare est G N. F N : : C L. F L, (§. 25 & 47.) & præterea; cum antea posuerim esse F N. D N : : F L. E L, ex æquo erit G N. D N : : C L. E L.

Perché è G N. F N :: C L. F L, (§. 25 e 47.) & inoltre; poiché in precedenza ho assunto che F N. D N : : F L. E L, sarà ugualmente G N. D N :: C L. E L

Sed per lemma 3. est G N. D N > G L. D L, adeoque C L. E L > G L. D L.

Ma per il lemma 3. è G N. D N > G L. D L, e quindi C L. E L > G L. D L

Quare, si linea quædam B L ita ducatur, ut sit C L. E L : : B L. D L, erit D L > G L propter majorem rationem, quam habet ad D L; & insuper erit C L major B L, eo quod sit E L > D L, & proinde punctum B cadet inter G & C, eritque angulus G L C > ang. B L C; cum vero sit C L, E L : : B L. D L, aut vicissim B L. C L : : D L. E L, erit angulus B L C major angulo D L E (lem. 1.) &

Dunque se una certa linea B L si traccia in modo che sia C L. E L : : B L. D L, sarà D L > G L per il maggior rapporto che ha con D L; e inoltre C L sarà maggiore di B L, perché E L > D L, e quindi il punto B cadrà tra G & C, e l'angolo G L C sarà > ang. BLC; quando infatti è C L, E L : : B L. D L, o viceversa B L. C L : : D L. E L, l'angolo B L C sarà maggiore

multo magis ang. G L C > D L E.
Q. E. D.

dell'angolo D L E (lem. 1.) e molto maggiore. G L C > D L E

Pag 101 – 114

P R O P. XV

Heterogeneis radiii e medio densiori in rarius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo densius est medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

P R O P. XV

Raggi eterogenei incidenti da un mezzo più denso su una data superficie in una data posizione lungo la stessa data linea, quanto più denso è il mezzo da cui cadono i raggi, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazione.

SCILICET (propter majores refractiones) eo majores erunt sinus refractionum respectu dati circuli, ad quem referuntur, & simul eo major erit inæqualitas rationis istorum sinuum per prop. 13, adeoque eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt per corol. 2. ad lem. 5, hoc est, eo major differentia refractionis.
Q. E. D.

NATURALMENTE (quindi quanto maggiori saranno le rifrazioni) tanto maggiori saranno i seni delle rifrazioni rispetto al cerchio dato al quale si riferiscono, e nello stesso tempo maggiore sarà la disuguaglianza del rapporto di tali seni per la prop. 13, e tanto maggiore sarà la differenza degli angoli che sussistono per corol. 2. al punto. 5, cioè maggiore è la differenza di rifrazione.
Q.E.D.

P R O P. XVI

Heterogeneis radiis e medio rariori in densius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam

P R O P. XVI

Raggi eterogenei incidono da un mezzo più raro a uno più denso lungo la stessa linea data in una data posizione

incidentibus, quo rarius est medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

sulla superficie, più raro è il mezzo da cui cadono i raggi, maggiore sarà la differenza di rifrazione.

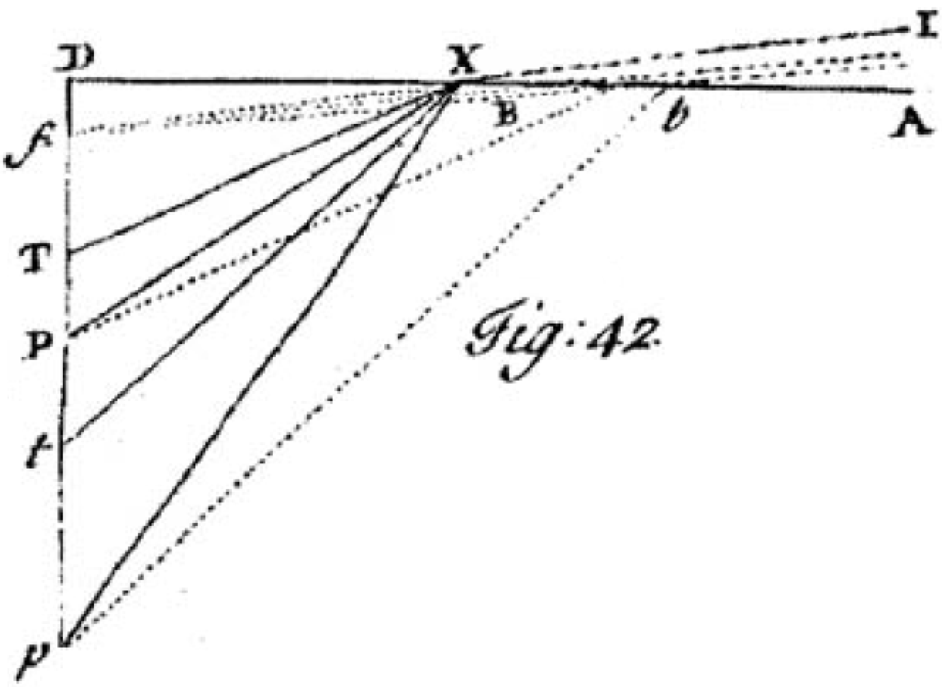


Fig. 42

SIT AD (fig. 42.) superficies, in quam duo radii secundum eandem lineam datam I X incidunt, quorum alter maxime refrangibilis refrangatur ad P, & alter minime refrangibilis ad T.

Sia AD (fig. 42.) la superficie sulla quale cadono due raggi secondo la stessa data linea I X, di cui uno è più rifratto in P, e l'altro meno rifratto in T.

Pag 102 – 115

Dico, quod, si medium, ex quo radii incidunt, foret adhuc rarius, ut dictos radios adhuc magis refringeret, puta maxime refrangibilem versus p, & minime refrangibilem versus t, tum p X t major augulus evaderet, quam P X t.

Dico che, se il mezzo da cui cadono i raggi fosse ancora più raro, tanto da rifrangere ancora di più detti raggi, supponiamo che il più rifrattabile verso p, ed il meno rifrattabile verso t, allora p X t sfuggirebbe ad un'apertura maggiore di PXt.

Id quod gradatim sic demonstro.

Questo è quello che mostro passo dopo passo.

CAS. 1. PONAMUS primo, quod recta I X, secundum quam radii incidunt, sit ad refringentem superficiem obliquissima, ac ducatur quælibet recta P D eidem superficiei normaliter insistens in D, & secans refractos radios in punctis T, P, t, p, & I X producatur donec istam P D secet in f; tum in lineâ A D quæratur punctum quoddam B hâc lege, ut ductis B f, B P, siat X f. X T : : B f, B P.

CAS 1. Supponiamo innanzitutto che la linea I X, lungo la quale cadono i raggi, sia più obliqua rispetto alla superficie rifrangente, e tracciamo una qualsiasi linea PD normale alla stessa superficie appoggiata in D, e intersecante i raggi rifratti nei punti T , P, t, p, & I X finché non viene prodotto questo P taglia D in f; poi nella linea A D si cerca con questa legge un certo punto B, di modo che, tracciato B f, B P, è X f. X T : : B f, B P

Liquet ergo, quod, si minime refrangibilis radius incidat in B versus f tendens, is debet versus P refringi; quippe cum ex hypothesi sit B P. B f : : X T. X f, hoc est, sinus incidentiæ ejus & refractionis, sicut sinus incidentiæ & refractionis alterius minime refrangibilis radii I X f.

È chiaro dunque che se il raggio meno rifrattabile cade su B, tendendo verso f, dovrà essere rifratto verso P; poiché dall'ipotesi è B P. B f : : X T. X f, cioè il seno della sua incidenza e rifrazione, così come il seno di incidenza e rifrazione di un altro raggio minimamente rifrattabile I X f.

Quamobrem, si supponamus hosce radios retrocedere, alterum nempe e minime refrangibilibus a T ad X, & alterum a P ad B, & maxime refrangibilem a P ad X, eorum omnium refracti tendunt a puncto f; siquidem notum est theorema, quod radii secundum refractum ejus retro incidentis, incidens vicissim sit refractus.

Pertanto, se supponiamo che questi raggi regrediscano, uno dei meno rifrattabili da T a X, l'altro da P a B, e il più rifrattabile da P a X, tendono tutti a rifrarsi dal punto f; infatti è ben noto il teorema secondo cui un raggio rifratto secondo il suo incidente all'indietro, viene rifratto dall'altra parte quando è incidente.

Jam, cum radii difformes P B, P X, ab eodem puncto P manantes, refringantur ab eodem f, quod situm est in perpendiculo P D, proportione inter P X & P B semel cognitâ, si ab alio quovis ejusdem perpendiculi puncto ad refringentem superficiem duæ ducantur lineæ eandem rationem habentes, hoc est, una designans maxime refrangibilem radium sit ad alteram, quæ designat minime refrangibilem radium, ut P X ad P B: tunc istorum refracti (ex ante demonstratis §.45) divergent ab aliquo etiam puncto, quod situm est in eodem perpendiculo P D, utcunque medium ex parte radii I X supponatur rarum, dummodo mediorum alterum ex parte radlii P X eandem densitatem retineat.

Ora, poiché i raggi deformati P B, P X, uscenti dallo stesso punto P, vengono rifratti dalla stessa f, che è situata sulla perpendicolare PD, la proporzione tra P X e P B una volta nota, se si tracciano due linee dello stesso rapporto da qualunque altro punto della stessa perpendicolare alla superficie rifrangente avente cioè l'uno che designa il raggio più rifrattabile all'altro, che designa il raggio meno rifrattabile, come da P X a P B: allora i rifrattori di questi (come prima mostrato nel §.45) divergono anche da un punto situato è nella stessa perpendicolare PD, tuttavia si suppone che il mezzo dal lato del raggio I X sia raro, purché l'altro dei mezzi dal lato del raggio P X conservi la stessa densità.

Pag 103 – 116

Quemadmodum, si maxime refrangibilis radius incidat secundum p X & refringatur a f, medio scilicet versus I X jam posito rariori quam ante, tum recta p b sic ducta, ut sit P X. B P : : p X. p b, radius eriam minime refrangibilis p b refringeretur ab eodem f.

Allo stesso modo, se il raggio più rifrattabile cade secondo p X e viene rifratto da f, cioè nel mezzo, cioè X X è già posto più stretto di prima, allora si traccia la linea p b in modo che sia P X. B P : : p X. p b, il raggio meno rifrattabile p b verrebbe rifratto dalla stessa f.

Unde sequitur esse p b ad f b sicut linus incidentiæ radiorum minime refrangibilium ad sinum refractionis, §. 47.

Ne consegue che da p b a f b è come la linea d'incidenza dei raggi meno rifrattabili al seno di rifrazione, §. 47.

Ast in ratione istorum sinuum est etiam t X ad fX, eo quod inflexa I X t designet radium æqualiter refrangibilem, cujus pars I X producta transit per idem f.

Ma nel rapporto di questi seno c'è anche t X con fX, in quanto I X t piegato denota un raggio ugualmente rifrattabile, la parte del quale I X prodotto passa per la stessa f.

Quare est p b. f b : : t X. f X.

Perché p b. f b :: t X. f X

Cum vero radius I X supponatur esse ad refringentem superficiem summe obliquus, sive in angulo infinite parvo inclinatus, adeo ut recta D f pro infinite parvâ seu nullâ haberi debeat, sequitur esse D X = X f, D B = B f, ac D b = b f: quos valores pro X f, B f & b f substituendo in supra recensitas proportiones B P. B f : : T X. X f, & p b. f b : : t X. f X, emergent B P. B D : : X T. X D, & p b. D b : : ·t X. DX.

Poiché però si suppone che il raggio I X sia molto obliquo rispetto alla superficie rifrangente, ovvero inclinato di un angolo infinitamente piccolo, tanto che la retta D f dovrebbe considerarsi infinitamente piccola o nulla, ne consegue che D X = X f, D B = B f e D b = b f: sostituendo questi valori a X f, B f & b f nelle proporzioni sopra elencate B P. B f : : T X. X f, & p b f b : : t X. f X, emerge B P. B D : : X T. X D, & p b. D b : : ·t X. DX.

Pag 104 – 117

Ex quibus pateat rectas B P ad X T, & b p ad X t parallelas esse, angulosque B P X ad P X T, & b p X ad p X t æquales.

Da ciò è chiaro che le linee B P a X T, & b p a X t sono parallele, e gli angoli B P X a P X T, & b p X a p X t sono uguali.

Sed ex hypothesi est P X. B P : : p X. p b, & proinde ang. b p X > ang. B P X per corol. 1, lem. 5 *, hoc est, ang. p X t > ang. P X T.
Q. E. D.

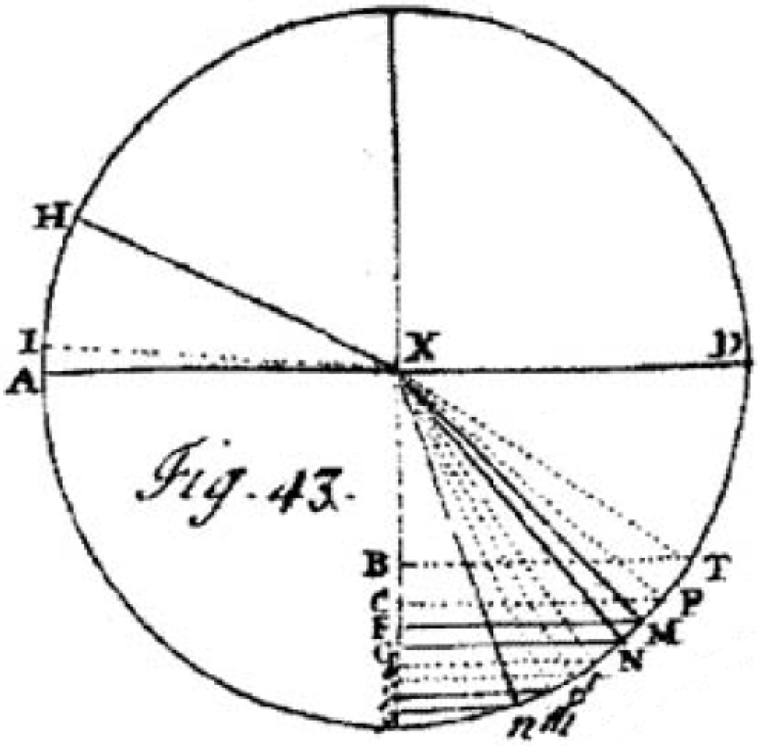
Ma per ipotesi è P X. B P : : p X. p b, & quindi ang. b p X > ang. B P X per corol. 1, lim. 5 *, questo è, ang. p X t > ang. P X T
Q.E.D.

** Hoc modo accommodari possunt hæc: ad Cor. I. Lem. 5. Ponatur radius aliquis incidere ad superficiem p D secundum lineam X P, & refringi secundum lineam B P. Deinde ponatur alius ejusdem generis radius incidere in eandem superficiem secundum lineam X p. Constant jam (cum sit X P . B P : : X p. b p.) radium hunc refringi debere secundum b p.*

* Queste cose si possono adattare così: a Cor. I.Lem. 5. Supponiamo che un certo raggio cada sulla superficie p D lungo la linea X P e venga rifratto lungo la linea B P. Supponiamo allora che un altro raggio della stessa specie cada sulla stessa superficie lungo la linea X p. Sono già convinti (poiché è X P . B P : : X p. b p.) che questo raggio debba essere rifratto secondo b p.

CAS. 2. lNCIDENTIBUS vero radiis, angulum definite magnum cum refringente superficie constituentibus, propositum sic patebit.

CAS 2. Ma per i raggi incidenti, che formano un angolo decisamente grande con la superficie rifrangente, lo scopo sarà il seguente.



Sit H X (fig. 43 .) recta, secundum quam incidunt, & cum e medio minus raro adveniunt, sit X M minime refractus & X N maxime refractus.

Sia H X (fig. 43.) dritta, secondo la quale cadono, e poiché arrivano meno raramente dal mezzo, sia X M la meno rifratta, e X N la più rifratta.

Cum vero adveniunt e magis raro, sit X m minime refractus & X n maxime refractus.

Ma poiché vengono più raramente, sia X m il meno rifratto e X n il più rifratto.

Adhibeantur etiam obliquissimi incidentes radii I X cum eorum refractis X T, X P, X t & X p quales jam descripsimus.

Utilizziamo anche le incidenze più oblique del raggio I X con le loro rifrazioni X T, X P, X t & X p come abbiamo già descritto.

Ita scilicet, ut, cum tanta sit anterioris medii raritas, ut radios H X incurvari versus M & N faciat, tunc etiam consimiles radios I X incurvet versus T & P.

Così naturalmente che quando vi è una tale rarità del medio anteriore, da far piegare i raggi H X verso M e N, allora anche i raggi simili I X si piegano verso T e P.

Cum vero tanto major sit ejus raritas, ut illos cogat versus m & n, tunc hosce simul cogat versus t & p.

Ma quando la sua rarità è così grande, da spingerli verso m&n, allora li spinge contemporaneamente verso t&p.

Sit insuper A P D circulus centro X & intervallo quolibet A X descriptus, qui fecet hosce refractos radios in T, P, M, N, t, p, m, n, a quibus ad perpendiculum B X demittatur sinus refractionum T B, P C, M F, N G, t b, p c, m f, n g, & ex Iege refractionum patebit esse T B. P C : : M F. N G, & t b. p c : : m f. n g; & insuper ex hypothesi & constructione patebit, esse T B sinuum istorum maximum & n g minimum.

Sia inoltre A P D un cerchio di centro X e descritto in un qualsiasi intervallo A X, il quale renderà questi raggi rifratti in T, P, M, N, t, p, m, n, da cui il seno delle rifrazioni T B, P C, M F, N G è abbassato alla perpendicolare B X t b, p c, m f, n g, e sarà evidente dall'Iege delle rifrazioni che T B. P C : : M F. N G, & t b p c :: m f. no ed inoltre dall'ipotesi e dalla costruzione risulterà chiaro che T B è il maggiore e ng il minore di questi seni.

Pag 105 – 118

Adeoque per corol. 3. lem. 6, est ang. T X P. ang. M X N > ang. t X p. ang. m X n, & permutando est ang. T X P. ang. t X p > ang. M X N. ang. m X n.

E finora attraverso Corol. 3. problema. 6, è l'ang. T X P. Ang. M X N > Ang. t X pag. Inglese m X n, e scambiandolo è ang. T X P. Ang. t X p > ang. M X N. ang. mXn.

Verum ex ostensis in primo casu, est ang. T X P < ang. t X p.

È vero, come mostrato nel primo caso, è ang. T X P < ang. t X pag.

Quare & multo magis erit ang. M X N < ang. m X n.

Perché sarà molto di più M X N < Ang. mXn.

Q. E. D.

P R O P. XVII

Heterogeneis radiis e medio rariori in densius secundum eandem lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo densius sit medium, in quod radii incidunt, eo major erit differentia refractlionum ad certum usque terminum, & post eo minor perpetuo.

NAM si medium posterius densitate suâ valde parum superat anterius, ita ut refractiones indefinite parvas efficiat, differentia refractionum erit etiam indefinite parva, & proinde minor quam foret, si medium posterius supponeretur densius, ut refractiones evaderent majores.

Quare auctâ medii posterioris densitate, augebitur dicta refractionum differentia; quod si densitas ejus in infinitum augeatur, refractiones etiam, quantum poterunt, augebuntur, hoc est, usque dum omnes refracti radii perpendiculariter emergant, angulis refractionum & eorum differentiis tunc prorfus evanescentibus.

Q.E.D.

P R O P. XVII

Raggi eterogenei incidono da un mezzo più raro ad uno più denso lungo la stessa linea in una data posizione sulla superficie, quanto più denso è il mezzo su cui cadono i raggi, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazioni fino ad un certo limite, e dopo ciò la differenza di rifrazione sarà maggiore. più piccolo per sempre.

Infatti se il mezzo posteriore nella sua densità supera di poco quello anteriore, in modo da produrre rifrazioni infinitamente piccole, anche la differenza delle rifrazioni sarà indefinitamente piccola, e quindi minore di quanto sarebbe se il mezzo posteriore fosse supposto più denso, in modo che le rifrazioni sarebbero maggiori.

Perciò all'aumentare della densità del mezzo posteriore, aumenterà detta differenza di rifrazione; che se la sua densità viene aumentata all'infinito, anche le rifrazioni aumenteranno quanto possono, cioè finché tutti i raggi rifratti emergono perpendicolarmente, gli angoli di rifrazione e le loro differenze poi scompaiono rapidamente.

Quare differentia refractionum rursus diminuta est, donec in nihilum evanuit.

Onde la differenza delle rifrazioni venne nuovamente diminuita, fino a svanire nel nulla.

SCHOL. ETSI limitis ejus determinatio, ubi differentia refractionis evadit maxima, plus tædii & laboris administrare possit, quam utilitatis; cum tamen alicujus forte momenti censeatur densitatem medii cognoscere, quod radiis in se refractis colores maxime conspicuos efficiat, non pigebit hunc insuper designare, idque primo cum incidentia sit obliquissima.

SCUOLA TUTTAVIA, la determinazione del suo limite, dove la differenza di rifrazione diventa massima, può essere più noiosa e laboriosa che utile; quando però si riterrà di una certa importanza conoscere la densità del mezzo, che rende i colori più visibili ai raggi in esso rifratti, non esiterà a designare anche questo, e dapprima quando l'incidenza è più obliquo.

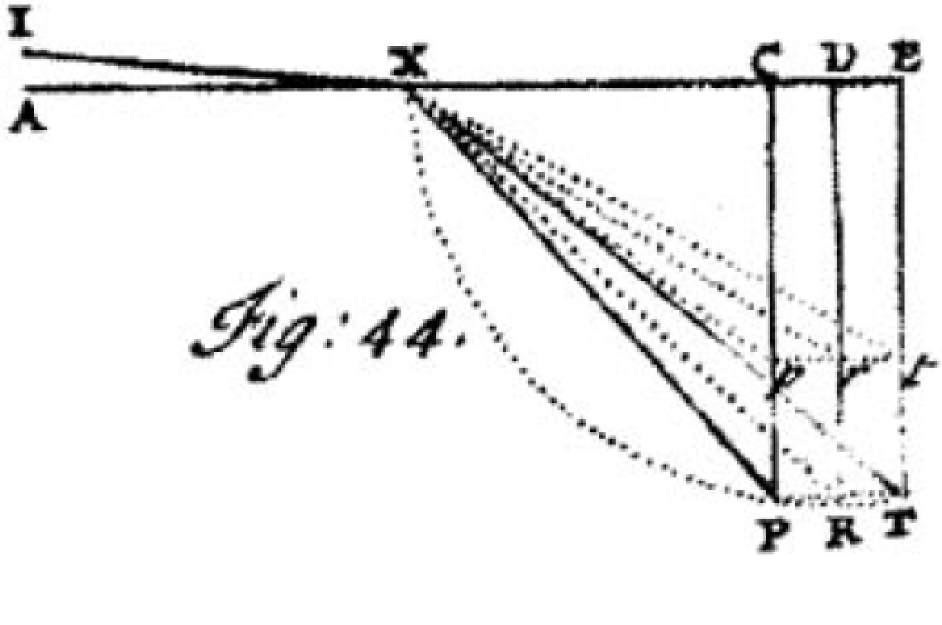


Fig: 44.

CAS. 1. ESTo I X (fig.44.) communis radiorum in superficiem A X, quæcunque media dirimentem, obliquissime

CAS 1. Sia 1 X (fig. 44.) i raggi comuni sulla superficie A X, qualunque sia il mezzo di risoluzione, il percorso di incidentium via, & eorum refracti, ut ante, sunto X p & X t, & agatur recta quævis p t præfatæ superficiei parallela, quæ radiis istis occurrat in p & t, a quibus ad A X demissis perpendicularibus p C, t E, bisecetur C E in D, & centro D distantia D X circulus describatur, secans C p in P, & E t in T, junganturque X P & X T.

incidenza più obliquo, e le loro rifrazioni, come prima, siano X p e X t, e lasciamo che qualsiasi alla suddetta superficie sia parallela la retta p t, che questi raggi s'incontrano in p & t, dalla quale le perpendicolari p C, t E si riducono ad A X, C E è bisecata in D, e per il centro D si descrive un cerchio a distanza D X, tagliando C p in P, & E t in T, e unendo X P & X T

Dico, quod, cum ea sit posterioris medii densitas, ut radiorum secundum I X incidentium maxime refrangibiles ad P, & minime refrangibiles ad T refringat, tunc angulus P X T quam maximus evaciet.

Dico che, quando la densità del mezzo posteriore è tale che rifrange i raggi più rifrattabili secondo I X incidente in P, e quelli meno rifrattabili in T, allora l'angolo P X T sarà il più grande possibile.

Etenim, utcunque medium posterius ponatur densum, refracti radii ita lineas C P & C T in punctis p ac t secabunt, ut recta p t ipsi A X parallela sit.

Infatti, per quanto denso possa essere il mezzo posteriore, i raggi rifratti intersecheranno le linee C P & CT T nei punti p e t, in modo che la linea p t sia parallela alla stessa A X.

Pag 107 – 120

Quare, si ducatur linea D r, quæ lineas omnes p t bisecet, centrum cujuscunque eirculi per p ac t transeuntis, semper jacebit in eâdem D r.

Pertanto, se si traccia una linea D r, che seca in due tutte le linee p t , il centro di ogni cerchio passante per pac t si troverà sempre nella stessa D r .

At angulus p X t est angulus in segmento circuli per puncta p, t & X transeuntis, qui ideo erit maximus, cum ejusmodi circulus existit minimus; propterea quod ratio subtensæ p t ad circuii

Ma l'angolo p X t è l'angolo nel segmento del cerchio passante per i punti p, t e X, che sarà quindi il massimo, quando tale cerchio esiste il più piccolo; perché il rapporto tra la dimensiones tunc evadit maxima.

sottotensione p t e le dimensioni del circuito risulta allora massimo.

Verum iste circulus sit omnium minimus, cum centrum ejus cadit in D; siquidem pro semidiametro tunc habet X D minimam refactarum, quæ ab X ad R D duci possunt.

È vero che questo cerchio è il più piccolo di tutti, poiché il suo centro cade in D; infatti per il semidiametro ha allora X D il minimo dei refrattari, che si può portare da X a R D

Est ergo angulus p X t tunc maximus, cum centrum circuii transeuntis per puncta p, t & X cadit in D; adeoque, cum circulus X P T & angulus P X T ejusmudi sunt, liquet propositum.

L'angolo p X t è allora massimo, quando il centro della circonferenza passante per i punti p, t e X cade in D; quindi, poiché il cerchio X P T e l'angolo P X T sono uguali ad esso, lo scopo è chiaro.

HINC obiter pateat hunc angulum P X T tunc etiam maximum evadere, cum talis est posterioris medii densitas, ut angulus refractionis mediocriter refrangibilium radiorum obliquissime secundum I X incidentium, sit semirectus; & eo minorem perpetim fieri, quo iste refractionis angulus a semirecto (excessu vel defectu) magis deviat.

QUI è comunque chiaro che questo angolo P X T sfugge anche al massimo, poiché la densità del mezzo posteriore è tale che l'angolo di rifrazione dei raggi moderatamente rifrattabili, molto obliquamente secondo 1 X incidente, è semi-rettilineo; e divenire sempre più piccolo, quanto più questo angolo di rifrazione si discosta dalla semiretta (eccesso o carenza).

Quemadmodum, si refractiones ex aere in aquam, in vitrum & in crystallum peractæ conferantur, e calculo parebit, quod, cum angulus incidentiæ sit 90 gr. proxime, tunc angulus refractionis in aquam erit major semirecto, inque vitrum erit minor.

Allo stesso modo, se le rifrazioni dall'aria all'acqua, al vetro e al cristallo sono complete, risulterà dal calcolo che, essendo l'angolo di incidenza di 90 gr. ca., quindi l'angolo di rifrazione nell'acqua sarà maggiore della metà e nel vetro sarà minore.

Quamobrem aqua minds densa est, & vitrum magis densum, quam ut efficiant angulum P X T maximum.

Perciò l'acqua della mente è densa, e il vetro più denso da formare il massimo angolo P X T

Et proinde, cum crystallum sit adhuc densius, efficiet istum P X T rninorem, quam vitrum efficeret.

E quindi, poiché il cristallo è ancora più denso, produrrà quel P X T rniner di quello che produrrebbe il vetro.

Et sic vitrum, etsi minus refringat, in isthoc tamen casu heterogeneos radios in se refractos magis ab invicem dissipabit quam crystallum; eoque pacto colores in oppositam ejus superficiem projicit magis districtos.

E così il vetro, anche se rifrange meno, tuttavia in questo caso disperderà i raggi eterogenei rifratti in sé più l'uno dall'altro che il cristallo; e per questo accordo proietta i colori sulla superficie opposta in modo più stretto.

Sed hæc expertu sunt difficillima, quod vitrum & crystallum densitate parum differant, nec possint haberi fatis crassa, & si possent, tunc propter maximam crassitiem haud forent fatis perspicua.

Ma queste cose sono molto difficili per esperienza, perché il vetro e il cristallo differiscono poco nella densità, e non si possono considerare grossi, e se lo potessero, allora per la loro grande grossezza non sarebbero trasparenti al grasso.

CAS. 2. Quod si linea, secundum quam incidunt radii, non sit maxime obliqua, problema emergit solidum.

CAS 2. Ma se la linea lungo la quale cadono i raggi non è molto obliqua, emerge un problema concreto.

Sed lubet modum ostendere, quo conditionibus ejus nonnihil mutatis, ad planum reduci poterit.

Ma vorrei mostrare come, cambiando leggermente le sue condizioni, si possa ridurre ad un piano.

Sciendum est itaque, quod, cun inter extremos seu maxime

Bisogna sapere adunque che se tra i raggi estremi o più difformes radios, innumeri sint intermedii, qui gradibus continue successivis & infinite parvis, alii magis aliis refringuntur, differentia radiorum extremorum conflata erit ex consimilibus intermediorum differentiis, numero & parvitate infinitis.

deformati ve ne sono innumerevoli intermedi, i quali si rifrangono a passi continuamente successivi ed infinitamente piccoli, gli uni più gli altri, la differenza dei raggi estremi sarà fusa dal differenze simili di quelle intermedie, infinite in numero e piccolezza.

Jam cognitis proprietatibus istarum infinite parvarum differentiarum, possumus exinde de omnibus simul aggregatis, sive de differentiis finite parvis, quales intercedunt extrermorum refractionibus, judicium ferre, præsertim cum istæ differentiæ sint admodum exiguæ.

Avendo già conosciute le proprietà di queste differenze infinitesimali, potremo poi giudicare tutte insieme, oppure le differenze finitamente piccole, come quelle che si trovano tra le rifrazioni estreme, soprattutto perché queste differenze sono molto piccole.

Pag 109 – 122

Sic cognito quod infinite parvæ differentiæ augentur, diminuuntur, vel simul maximæ evadunt aut minimæ, concludendum erit, quod omnium summa perinde augetur, diminuitur, vel maxima sit aut minima.

Sapendo quindi che le differenze infinitamente piccole aumentano, diminuiscono o nello stesso tempo diventano le più grandi o le più piccole, si deve concludere che la somma di tutte aumenta o diminuisce allo stesso modo, sia che sia la più grande o la più piccola.

Quod si non sint omnes simul maximæ vel minimæ, tamen summa pro maximâ vel minimâ haberi potest, cum id accidit intermediæ parti.

E se non sono tutti maggiori o minimi allo stesso tempo, tuttavia la somma può essere considerata maggiore o minima quando ciò accade alla parte intermedia.

Sic omnium colorum latitudo tunc maxima censeri possit, cum id

Quindi l'ampiezza di tutti i colori può allora considerarsi massima, accidit viriditati.

quando ciò accade al verde.

Jam licet problema propositum, cum de differentiis finite parvis agitur, existat solidum, si tamen instiruatur de differentiis infinite parvis ad planum reduci potest.

Sebbene il problema proposto, quando si tratta di differenze finitamente piccole, esista come un solido, può essere ridotto a un piano se è basato su differenze infinitesimali.

Verum huic solvendo nolo obnixe incumbere, sed breviter tantum ostendam, quo pacto calculus in hoc & ejusmodi aliis sit ineundus, ut ad æquationem perveniatur, ex quâ maximus angulorum infinite parvorum possit elici.

Ma non voglio soffermarmi su questo per risolverlo, ma mostrerò solo brevemente come si debba introdurre il calcolo in questo e in altri dello stesso genere, per arrivare ad un'equazione dalla quale si possa ricavare il massimo degli angoli infinitamente piccoli essere disegnato.

Et insuper ex eodem fundamento determinabo proportiones differentiarum refractionis respectu diversorum mediorum, quas in præcedentibus quatuor propositionibus generaliter tantum descripsi.

Ed inoltre, sulla stessa base, determinerò le proporzioni delle differenze di rifrazione rispetto ai diversi mezzi, che nelle quattro proposizioni precedenti ho descritto solo in termini generali.

PRIMO itaque investiganda est regula vel æquatio, quâ, ex uno utcunque refracto radio dato, refractus alter cum eo instituens angulum infinite parvum cognosci poterit.

Bisogna dunque indagare innanzitutto la regola o equazione per cui, dato un raggio in qualsiasi modo rifratto, si può conoscere l'altro rifratto che forma con esso un angolo infinitamente piccolo.

Radiis e medio datâ densitate in medium cujuslibet densitatis secundum obliquissimam lineam I X fig. 45. ut prius, incidentibus, sine X R & X r refracti duo,

Raggi dalla metà della densità data alla metà di ciascuna densità secondo la linea più obliqua I X fig. 45. come prima, per incidente, due rifratti senza quorum alter X R sit altero X r paulo magis refrangibilis, differentiâ tamen infinite parvâ, & agatur lineola quævis R r, his in R & r occurrens refringenti superficiei parallela.

X R & X r, uno dei quali X R è un po' più rifrattabile dell'altro X r, ma con una differenza infinitesimale, e qualsiasi linea retta R r, che li incontra in R & r , è parallelo alla superficie rifrangente.

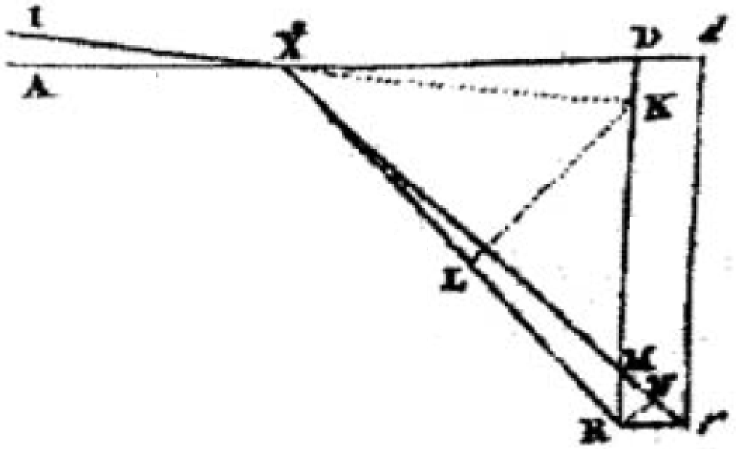


Fig: 45.

Pag 110 – 123

Ad quam superficiem normales etiam R D, r d demittantur, quas datam finitamque distantiam ab X, ab invicem vero infinite parvam habere fingito.

Alla quale superficie si abbassano anche le normali R D e r d, le quali immagino abbiano distanza data e finita da X, ma tra loro infinitamente piccole.

Sed lineolam R r cum radiis per R r transeuntibus, plus aut minus ab X D vergere (quemadmodum in præcedentibus) concipito, pro variâ posterioris medii assumendâ densitate.

Ma il regolo R r coi raggi passanti per R r, io concepisco piegarsi più o meno da X D (come nei casi precedenti), per supporre la varia densità del mezzo posteriore.

Jam si recta D R fecet radios X r in M & I X in K, cum infinite parvum triangulum R M r sit simile triangulo D M X, a quo triangulum K R X non nisi infinite parvis differentiis R X M & D X K

Ora se la retta D R forma i raggi X r in M & I X in K, poiché il triangolo infinitamente piccolo R M r è simile al triangolo D M X, dal quale il triangolo K R X differisce solo per le differenze infinitamente piccole R X M & D discrepat, quæ dissimilitudinem non inferunt, triangula etiam R M r & R D X pro similibus haberi debent.

X K, che non implicano dissomiglianza, anche i triangoli R M r & R D X sono da considerarsi simili.

Et proinde demissis perpendicularibus K L & R N, erit K X. L R : : R r. M N.

E quindi (per quanto riguarda) le perpendicolari discendenti K L & R N, sarà K X. L R : : R r. M N.

Adeoque, cum sit L R = $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R}$, (nam est X R. K R (=$\sqrt{X\,R\,q - X\,K\,q}$) : : K R. R L) erit etiam M N = $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,x\,X\,K}$ in R r, quæ differentia est inter X N, sive X R & X M.

Proseguendo, L R sarà = a $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R}$, (e dato che X R. K R (=$\sqrt{X\,R\,q - X\,K\,q}$) : : K R. R L) allo stesso tempo anche M N sarà = a $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,x\,X\,K}$ in R r, che è la differenza tra X N oppure X R ed X M.

Et inde erit X M = X R - $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,x\,X\,K}$ in R r.

X M che da lì sarà = a X R - $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,x\,X\,K}$ in R r.

Inventa est itaque relatio inter X K, X M & X R, cum angulus I X A sit infinite parvus.

Cosicché è stata trovata la relazione tra X K, X M e X R, quando l'angolo I X A è infinitamente piccolo.

Pag 111 – 124

Quinetiam, utcunque obliqua ponatur incidentia, illæ X K, X M & X R eandem relationem observabunt, siquidem reciproce sunt ut sinus incidentiæ & refractionis, & proinde inventa est etiam inter eas relatio pro quâvis obliquitate incidententis I X.

Inoltre, per quanto obliqua sia l'incidenza, quelle X K, X M e X R osserveranno la stessa relazione, poiché sono reciprocamente simili al seno di incidenza e di rifrazione, e quindi è stata trovata una relazione tra loro anche per qualsiasi obliquità dell'incidente Io X.

Atque ita cognitis, aut utcunque adarbtrium assumptis, X K & X R, inde X M simul cognoscitur.

E quando X K e X R sono conosciuti in questo modo, o in qualunque altro modo assunto, allora X M è conosciuto contemporaneamente.

Quod primo determinandum proposui.

Ho deciso di determinarlo prima.

QUAMOBREM sit I X linea datum quemvis angulum A X I cum refringente superficie constituens, cæterisque stantibus erit M N = $\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R - X\,K}$ in R r.

CONSIDERANDO che I X è una linea data che forma un qualsiasi angolo A X I con la superficie rifrangente, e il resto sarà M N = (X R q-X K q)/(X R-X K) in R r.

Insuper est R D ($=\sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}$). X D : : M N. N R, atque adeo est N R =

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q \text{ in } R\,r \times X\,D}{X\,R \times X\,K \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}}.$$

Inoltre, è R D (=√ (X R q-X D q)). X D :: M N. N R, e quindi è N R =

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q \text{ in } R\,r \times X\,D}{X\,R \times X\,K \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}}.$$

Quod si N R dividatur per X R, prodibit sinus anguli R X N respctu circuli, cujus semidiameter est unitas.

Ma se N R è diviso per X R, apparirà il seno dell'angolo R X N rispetto al cerchio, il cui semidiametro è l'unità.

Quare, cum angulus ist & sinus ejus sunt maximi, ad maximum agulum determinandum quærenda erit maxima quantitas N R, hoc est maximum

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q \text{ in } R\,r \times X\,D}{X\,R\,q \times X\,K \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}}$$

Pertanto, poiché questo angolo e il suo seno sono i più grandi, per determinare l'angolo più grande bisogna cercare la quantità più grande N R, questa è la più grande

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q \text{ in } R\,r \times X\,D}{X\,R\,q \times X\,K \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}}$$

sive (factâ per datum $\frac{R\,r\,x\,X\,D}{X\,K}$ divisione) quærendum erit maximum

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,q \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}},$$

oppure (in realtà dividendo il dato (R r x X D)/(X K)) si cercherà il massimo

$$\frac{X\,R\,q - X\,K\,q}{X\,R\,q \times \sqrt{X\,R\,q - X\,D\,q}},$$

id quod per methodos de maximis

ciò che può essere reso noto con

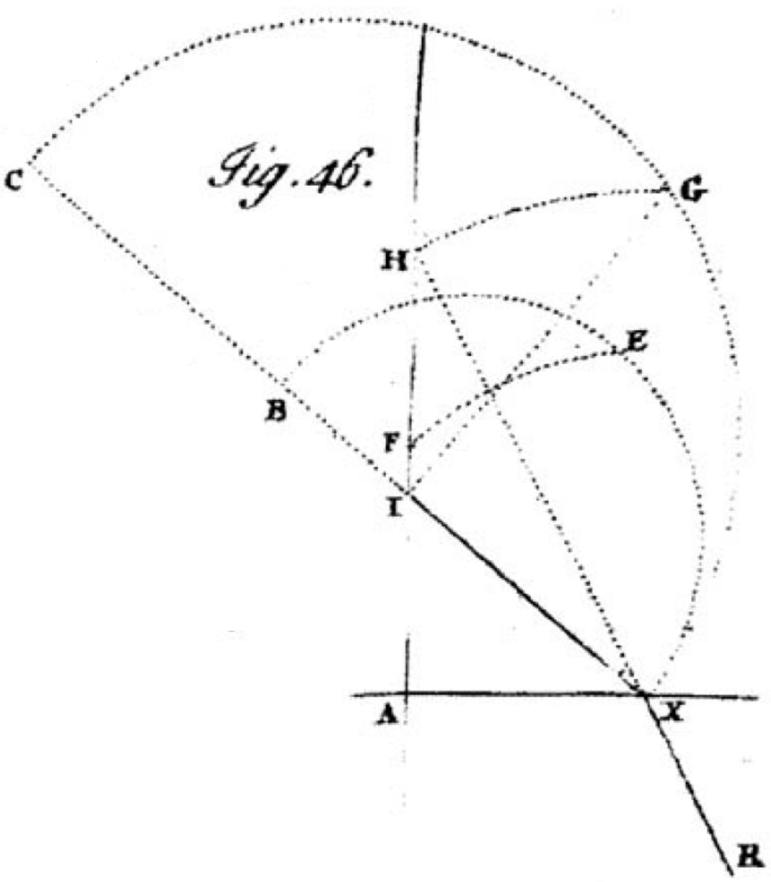
& minimis fatis notas fieri potest, & prodibit X R q q = 3 X K q x X R q - 2 X K q x X D q, cujus æquationis constructio est ejusmodi.

i metodi dei destini più grandi e più piccoli, e apparirà X R q q = 3 X K q x X R q - 2 X K q x X D q, la cui costruzione è di questo tipo.

A puncto quolibet incidentis radii I X (fig. 46.) demitte perpendiculum I A, & in eo sume A F = A X, & X I producto ad B, ut sit I B = $\frac{1}{2}$ I X.

Da qualunque punto di incidenza del raggio I X (fig. 46.) si abbassi la perpendicolare I A, e in essa si prenda A F = A X, & X I il prodotto per B, in modo che I B = ½ I X

Pag 112 – 125



Super B X describe semicirculum B E X, cui inscribe X E = X F, dein X B produc ad C, ut sit B C = B E.

Su B X descrivere il semicerchio B E X, sul quale inscrivere X E = X F, poi portare X B a C, in modo che B C = B E

Super C X describe semicirculum C G X, quem in G fecet

Su C X descrivere un semicerchio C G X, che in G perpencliculum I G semidiametro ejus ad I erectum.

formerà una perpendicolare I G col suo semidiametro eretto a I

Denique centro X & intervallo G X describatur arcus G H secans A I productum in H.

Infine, con centro X e distanza G X, si descrive un arco G H che taglia A I il prodotto in H.

Ducatur H X & producatur versus R; eritque R X ipsius I X refractus, cum tanta sit posterioris medii densitas, ut differentia refractionis R X M siat omnium maxima.

Sia disegnato e prodotto H X verso R; e R X di I X sarà rifratta, poiché la densità del mezzo posteriore è tale che la differenza di rifrazione R X M è la maggiore di tutte.

Quo invento, densitas posterioris medii talem refractionem efficientis facile dabitur.

Quando questo verrà trovato, alla densità del mezzo posteriore sarà facilmente data una rifrazione così efficiente.

Concipe ergo radios X R & X r esse mediocriter refrangibiles, diverso tamen gradu, & posterius medium sic inventum non modo inter istos, sed & inter extremos seu maxime difformes radios, maximam circiter quam potest refractionis differentiam efficiet.

Immaginate dunque che i raggi X R e X r siano moderatamente rifrattabili, anche se in grado diverso, e poi la media così trovata, non solo tra questi, ma anche tra i raggi estremi o più deformati, farà all'incirca la massima differenza di rifrazione possibile.

SIN, autem hujusmodi differentiarum proportiones ad variam raritatem vel densitatem mediorum desiderentur, e jam ostensis facile determinabuntur, dummodo ponantur infinite parvæ.

Se però si desiderano le proporzioni di differenze di questo genere per la diversa rarità o densità del mezzo, esse saranno facilmente determinate da quanto è già stato mostrato, purché si presuma che siano infinitamente piccole.

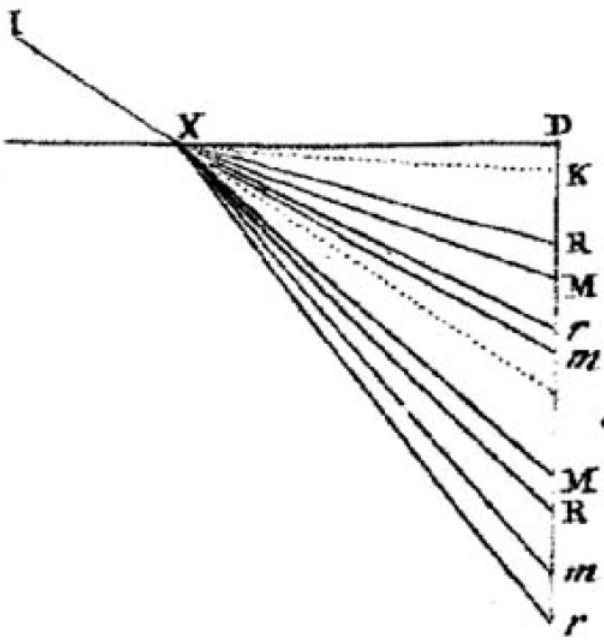


Fig: 47.

Sic raritate vel densitate posterioris medii tantum variatâ, ut radii secundum I X (fi.g. 47 .) incidentes nunc refringantur ad M & R, nunc ad m & r; ductâque quâlibet D K ipsi D X normali, quæ fecet eos in K, M, R, m & r, erit angulus infinite parvus M X R ad consimilem angulum m X r, sicut $\frac{X R q - X K q}{X R q \times R D}$ ad $\frac{X r q - X K q}{X r q \times r D}$.

Varia quindi solo la rarità o densità del mezzo posteriore, di modo che i raggi incidenti secondo I X (fig. 47.) vengono ora rifratti in M & R, ora in m & r; e trascinando qualsiasi D K alla normale D X stessa, che li renderà in K, M, R, m & r, ci sarà un angolo infinitamente piccolo M X R con un angolo simile m X r, come (X R q-X K q)/(X R q x R D) a (X r q-X K q)/(X r q x r D) .

Pag 113 – 126

Quod si raritas vel densitas prioris medii varietur non mutato posteriori medio, Analysta facile deprehendet, quod (in fig. 4 5) sit M N = $\frac{X R q - X K q}{X K q}$ in R r, & proinde quod (in fig. 4 7) sit ang. M X R. ang. m X r : : $\frac{X R q - X K q}{X R \times R D}$. $\frac{X r q - X K q}{X r \times r D}$; non enim perinde est sive raritas sive densitas anterioris medii, sive posterioris medii varietur, ut e præostensis pateat.

Se si varia la rarità o densità del primo mezzo senza cambiare il secondo, l'Analista scoprirà facilmente che (in fig. 4 5) M N = (X R q-X K q)/(X K q) in R r, e quindi che 4 7) lasciamo l'ang. M X R. ang. m X r : : (X R q-X K q)/(X R x R D) . (X r q-X K q)/(X r x r D) ; giacchè non è la stessa cosa che vari la rarità o la densità del medio anteriore, o del medio posteriore, come risulta da quanto detto.

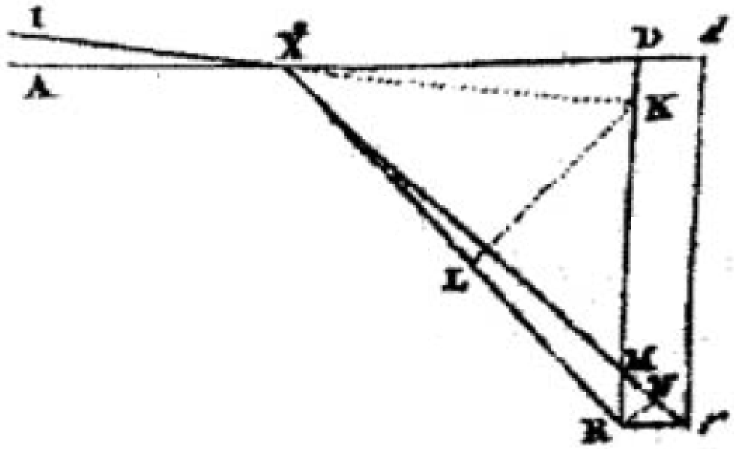


Fig: 45.

PROPOSITIONES præcedentes ad luminis e longinquo manantis diffusionem spectant.

Le proposizioni precedenti si riferiscono alla diffusione della luce emanata a distanza.

In duabus sequentibus agitur de refractione luminis e propinquo manantis.

Nei due capitoli successivi ci occupiamo della rifrazione della luce proveniente da vicino.

P R O P. XVIII

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per superficiem positione datam rifractis, quo medium densius sit magis densum, eo major erit eorum ad invicem inclinatio ex parte medii utrinsque ad certum usque terminum, & post erit eo minor.

P R O P. XVIII

I raggi eterogenei vengono rifratti da un dato punto ad un dato punto attraverso una data superficie in una data posizione, quanto più denso è il mezzo, tanto maggiore sarà la loro inclinazione reciproca da un lato e dall'altro fino ad un certo punto. limite, e poi sarà minore.

SCILICET, cum densitas ejus haud major sit quam densitas alterius medii, ut refractio siat infinite parva, tum differentia refractionis erit etiam infinite parva, & proinde augebitur ex auctâ densitate.

Naturalmente, poiché la sua densità non è maggiore della densità dell'altro mezzo, per cui la rifrazione è infinitesimamente piccola, allora anche la differenza di rifrazione sarà infinitesimamente piccola, e

Pag 114 – 127

sarà quindi aumentata dalla maggiore densità.

Quod si densitas ejus in infinitum augeatur, tum omnium radiorum in illud incidentium refracti perpendiculariter emergunt; (§. 42 & 45.) & e contra, soli perpendiculares possunt ingredi medium rarius e densiori; unde omnes radii a puncto ad punctum refracti tunc pergent in iisdem lineis, sive coincident, & sic differentia refactionis rursus in nihilum evanescet.

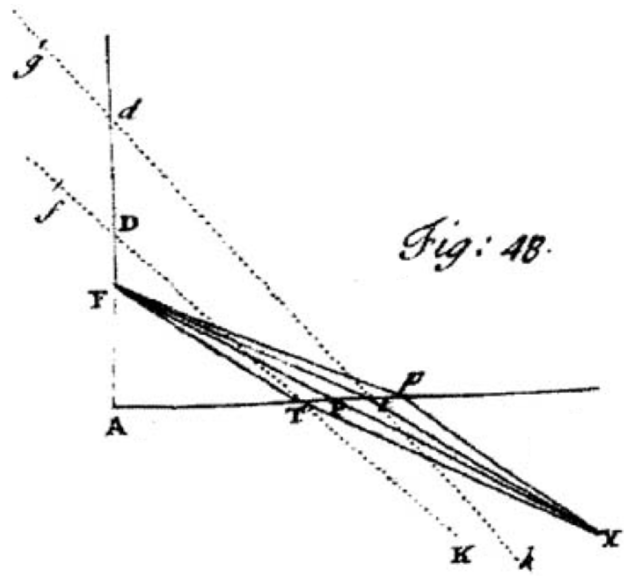
Se la sua densità aumenta all'infinito, allora tutti i raggi rifratti che incidono su di essa emergono perpendicolarmente; (§. 42 e 45.) E d'altra parte le suole perpendicolari possono entrare più raramente nel mezzo dal più denso; donde tutti i raggi rifratti da punto a punto procederanno poi nelle medesime linee, sia che coincidano, e così la differenza di rifrazione svanisce di nuovo nel nulla.

P R O P. XIX

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per superficiem positione datam rifractis, quo medium rarius sit magis rarum, eo major eorum erit ad invicem inclinatio ex parte medii utriusque.

P R O P. XIX

I raggi eterogenei vengono rifratti da un dato punto a un dato punto da una superficie in una data posizione, quanto più la media è rara, tanto più è rara, tanto maggiore sarà l'inclinazione reciproca da parte di entrambi.



SIT A T (fig. 48.) superficies ita refringens difformes radios F T X, F P X, ut manantes ab eodem puncto F in idem rursus conveniant ad X.

Sia A T (fig. 48.) una superficie che rifrange i raggi deformati F T X, F P X, che, uscendo dallo stesso punto F, convergono nuovamente in X.

Dico, si medium prius esset rarius, ut præfati radii adhuc magis refringerentur, puta F T X secundum F t X, & F P X secundum F p X, quod angulus p X t foret major angulo P X T, ut & angulus p F t major angulo P F T.

Dico, se il mezzo prima fosse più raro, sì che i suddetti raggi si rifrangessero ancora di più, supponiamo F T X secondo F t X, & F P X secondo F p X, che l'angolo p X t sarebbe maggiore dell'angolo P X T , per cui & l'angolo p F t maggiore dell'angolo P F T

AD abbreviandum prioris casus demonstrationem, ponamus radios esse quam minime difformes, ut, propter infinite parvam differentiam refractionis, angulos P X T & p X t constituant infinite parvos.

Per abbreviare la dimostrazione del primo caso, supponiamo che i raggi siano il meno deformati possibile, in modo che, a causa della differenza infinitesimale di rifrazione, formino gli angoli P X T & p X t infinitamente piccoli.

(Consule cas. 2. schol. ad prop. 17.)

(Consulta il caso 2. scolastico alla proposizione 17.)

Pag 115 – 128

Tum ducatur T K refractus radii conformis ipsi F P X, ut infinite parvus angulus K T X sit differentia refractionis radiorum secundum eandem F T incidentium; & pari modo ducatur t k refractus radii conformis ipsi F p X, ut angulus infinite parvus k t X existat differentia refractionis radiorum secundum eandem F t incidentium.

Allora si prenda T K il raggio rifratto conforme allo stesso F P X, cosicché l'angolo infinitamente piccolo K T X è la differenza della rifrazione dei raggi secondo lo stesso incidente F T ; e allo stesso modo si traccia t k il raggio rifratto conforme allo stesso F p X, cosicché esiste un angolo infinitamente piccolo k t X come differenza di rifrazione dei raggi secondo lo stesso F t incidente.

Liquet ergo, quod, cum radius F t sit obliquior quam F T, atque etiam in medium densius incidat, erit k t X major angulo K T X.

È chiaro dunque che, poiché il raggio F t è più obliquo di FT , e cade anche più densamente nel mezzo, k t X sarà maggiore dell'angolo K T X .

Adhæc producantur K T & k t, donec in punctis D ac d secent lineam F A, quæ sit plano A T perpendicularis, & ultra producantur ad f & g, ita ut sit $\frac{F\,A\,q}{F\,T} . \frac{D\,A\,q}{D\,T}$: : T F. T f, & $\frac{F\,A\,q}{F\,t} . \frac{d\,A\,q}{d\,t}$: : t F. t g, & erunt puncta sic inventa f & g foci radiorum F T X & F t X per prop. 8 cas. 2.

Di qui si produca K T & k t, finché nei punti D e d intersechino la linea F A, che è perpendicolare al piano AT T, e oltre si produca a f & g, così che (FA q)/(FA T) . (D A q)/(D T) : : T F. T f, & (F A q)/(F t) . (d A q)/(d t) : : t F. t g, ed i punti così trovati f & g saranno i fuochi dei raggi F T X & F t X per prop. 8 casi 2.

Et X f. T f : : ang. K T X. ang. P X T; ut & X g. t g : : ang. k t X. ang. p X t, (car. 3. schol. prop. 12 .)

E 10 segg. V f :: Ang. K T X. Ang. P X T; come & 10 g. t g :: ang. k t X. ang. p X t, (cas. 3. schol. prop. 12.)

Istæ quidem proportionalitates non sunt omnino veræ, ubi anguli præfati, per differentiam refractionis effecti, ponuntur esse difinitæ alicujus magnitudinis.

In effetti, queste proporzionalità non sono del tutto vere, laddove si suppone che i suddetti angoli, prodotti dalla differenza di rifrazione, siano definiti da una grandezza qualsiasi.

Sed ad veritatem eo magis accedunt, quo anguli isti statuuntur minores, adeo ut in angulis infinite parvis pro accurate veris haberi debeant.

Ma essi si avvicinano alla verità tanto più quanto più piccoli sono determinati questi angoli, tanto che per angoli infinitamente piccoli devono essere considerati verità esatte.

Jam, cum ex hypothesi sit A t > A T, erit etiam X t < X T, ut & t g > T f, quemadmodum patet ex determinatione punctorum g & f

Ora, poiché per ipotesi è A t > A T, sarà anche X t < X T, per cui & t g > T f, come risulta dalla determinazione dei punti g & f supra positâ.

sopra posta.

Pag 116 – 129

Quamobrem est t g. T f > t X. T X, vel permutando t g. t X > T f. T X, & componendo t g. X g > T f. X f, hoc est, substituendo rationes hisce æquales ang. p X t. ang. k t X > ang. P X T. ang. K T X, & permutando; p X t. P X T > k t X. K T X, ut dictum fuit; & ideo multo magis est ang. p X t > ang. P X T. Q. E. D.

Quindi è t g. T f > t X. T X, oppure scambiando t g. t X > T f. TX X e combinando t g. X g > T f. X f, cioè sostituendo i rapporti uguali a questi ang. pXt. Inglese k t X > ang. P X T. Ang. K T X, & scambio; pXt. P X T > k t X. K T X, come si è detto; e quindi è molto più ang. p X t > ang. P X T Q.E.D.

ET hinc vero de posteriori casu, quod semper sit p F t > angulus P F T, siat conjectura; siquidem demonstrationem longe difficiliorem postularet, & his tamen multa impendisse verba jamdudum pertæsum est.

E da qui, in quest'ultimo caso, che p F t > l'angolo P F T è sempre una congettura; anzi, richiederebbe una dimostrazione molto più difficile, eppure è stanco da tempo di aver speso molte parole su di essi.

Hæc itaque de refractionibus solitariæ superficiei sufficiant.

Bastano dunque queste delle rifrazioni della solitaria superficie.

De radiorum bis refractorum affectionibus.

Delle affezioni dei raggi due volte rifratti.

Quod si gemina sit refractio, proinde ut in prismatibus contingit, quorum phænomena præsertim explicare statui, radiorum sic refractorum passiones e præcedentibus ita manifestæ sunt, ut circa illos parum negotii interesse videatur.

Se la rifrazione è doppia, allora, come accade nei prismi, di cui ho cercato di spiegare in anticipo i fenomeni, le passioni dei raggi così rifratti sono così evidenti da quanto sopra, che sembra che se ne occupino poco.

De parallelis quidem superficiebus nihil aliud occurrit observandum, quam quod posterior tantum recurvat radios, quantum prior incurvat.

Delle superfici parallele non c'è altro da osservare, se non che questa curva i raggi tanto quanto la prima li curva.

De inclinatis vero fequentia notentur.

Degli inclinati, invece, la frequenza è nota.

Pag 117– 130

P R O P. XX

P R O P. XX

Homogenei radii ad prisma divergentes, post utramque refractionem divergere pergent.

I raggi omogenei divergenti in un prisma continueranno a divergere dopo ogni rifrazione.

PATET per prop. 17.

È chiaro dalla prop. 17.

ATQUE idem de parallelis vel convergentibus radiis intellige, quod nempe post utramque refractionem manebunt paralleli vel convergentes.

E lo stesso intendiamo per i raggi paralleli o convergenti, cioè che dopo ogni rifrazione rimarranno paralleli o convergenti.

SCHOL. Quod si punctum, a quo quilibet infinite propinqui post utramque refractionem divergunt, sive locus imaginis trans prisma conspicuæ, desideretur, inventio ejus a schol. ad præfatam prop. 8. manifesta est.

SCUOLA Ma se manca il punto da cui diverge ogni infinitamente vicino dopo ogni rifrazione, o il luogo dell'immagine visibile attraverso il prisma, la sua scoperta da parte di Schol. alla suddetta prop. 8. È chiaro.

Sed ut promptius siat conjectura, juvabit adhibere theorema hocce mechanicum.

Ma affinché la congettura sia più pronta, sarà utile applicare a questa il teorema meccanico.

Quod imago ad eandem illam circiter distantiam post prisma

L'immagine apparirà dietro il prisma approssimativamente apparebit, quam habet objectum, cujus est imago, dummodo refractiones hinc & inde non sint admodum inæquales.

alla stessa distanza dell'oggetto di cui è l'immagine, a condizione che le rifrazioni qua e là non siano molto disuguali.

P R O P. XXI

Ex heterogeneis radiis ad prisma divergentibus, aliqui post utramque refractionem convergent.

In quod constatex prop. 10 & 12.

Scilicet ex illis, qui in plano ad utraque refrigentia plana perpendiculari jacent, magis refrangibiles ex incidentiâ paulo obliquiori convenient cum minus refrangibilibus, atque idem in innumeris sere aliis continget.

Pag 118– 131

P R O P. XXI

Dai raggi eterogenei ai prismi divergenti, alcuni convergono dopo ogni rifrazione.

In quale prop. 10 e 12

Naturalmente, di quelli che giacciono su un piano perpendicolare ad entrambi i piani di raffreddamento, il più rifrattabile da un incidente un po' più obliquamente coincide con il meno rifrattabile, e lo stesso avviene in innumerevoli altri casi.

P R O P. XXII

E radiis itaque sic a puncto ad punctum, sive ab objecto ad oculum refractis, alii ad verticem prismatis gradatim aliis propiores transibunt, pro eo ut sint magis ac magis refrangibites.

PER prop. 10. unde colorum ordines definiuntur, de quibus posthac.

P R O P. XXII

Dei raggi così rifratti da punto a punto, o dall'oggetto all'occhio, alcuni passeranno gradualmente più vicino alla sommità del prisma, sì che verranno rifratti sempre di più.

per prop. 10. donde sono definiti gli ordini dei colori, di cui di seguito

P R O P. XXIII

Quo major est angulus verticalis prismatis, cæteris paribus, differentia refractionis siet eo major, & inde colorum apparentia distinctior.

ET hoc manifestum est e prop. 2.

P R O P. XXIII

Quanto maggiore è l'angolo verticale del prisma, a parità di altre condizioni, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazione, e quindi più distinta l'apparenza dei colori.

E questo è chiaro dalla prop. 2.

P R O P. XXIV

Quo densior est prismatis materia, vel quo rarius est medium circumfluum, cæteris paribus, eo major erit refractionis differentia, & inde colorum apparentia manifestor.

Pag 119 – 132

SCILICET posterior casus e prop. 14 & 16 patet.

Priorem vero, ne per prop. 17. in dubium revocetur, sic ostendo.

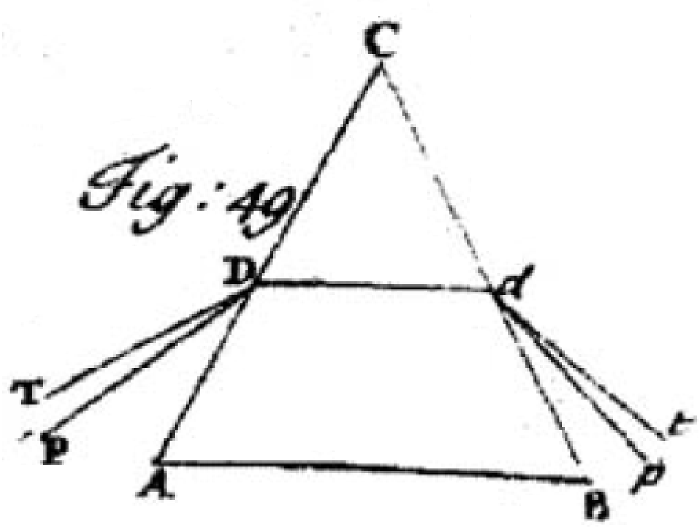
P R O P. XXIV

Quanto più densa è la materia del prisma, o quanto più raro è il mezzo circostante, a parità di altre condizioni, tanto maggiore sarà la differenza di rifrazione, e quindi più manifesta l'apparenza dei colori.

Naturalmente, quest'ultimo caso dalla prop. 14 e 16 è chiaro.

Ma il primo, affinché per prop. 17. sarà richiamato nel dubbio, mostrando così

Fig: 49



Concipe magis refrangibilem radium P D (fig. 49.) & minime refrangibilem T D sic in prisma ad idem quodvis punctum D incidere, ut refracti pergant in eâdem lineâ D d, ac denuo in d refracti divergant versus p ac t.

Concepiamo il raggio più rifrattabile P D (fig. 49.) e il meno rifrattabile T D in modo da cadere nel prisma nello stesso punto D, in modo che i raggi rifratti continuino nella stessa linea D d, e ancora i raggi rifratti in d divergono verso p e t.

Quo posito constat per prop. 15, quod angulus p d t ex auctâ prismatis densitate augebitur; deque angulo P D T par est ratiocinatio, si modo radii consimiles secundum easdem lineas retrocedere concipiantur.

In tale posizione è stabilito dalla prop. 15, che l'angolo p d t sarà aumentato aumentando la densità del prisma; e il ragionamento è uguale all'angolo PD T, se si concepisce che solo i raggi simili si allontanano lungo le stesse linee.

Patet itaque assertio de radiis in prismate coincidentibus, & iilde etiam de parallelis.

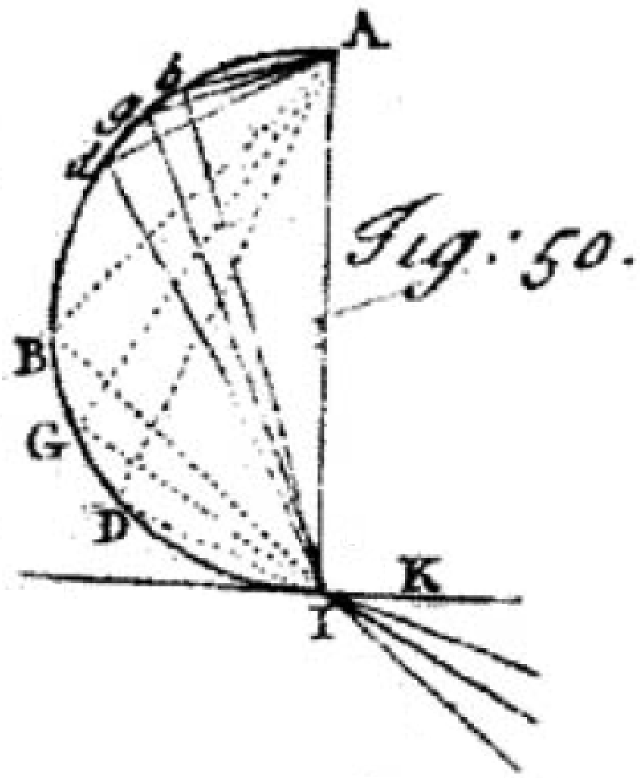
L'affermazione è quindi chiara riguardo ai raggi coincidenti in un prisma, e quindi anche riguardo ai paralleli.

L E M M A VII

Radiis tribus homogeneis b I, g I, d I (fig. 50.) e medio densiori in rarius per superficiem I K refractis, si differentiæ incidentiarum b I g, g I d sint æquales, summa refractorum angulorum extremis radiis effectorum erit duplo major anguli refracti per intermedium effecti; hoc est refractis radiis retroactis ad B, G ac D: Dico,

Con tre raggi omogenei b I, g I, d I (fig. 50.) rifratti da un mezzo più denso in uno più raro da una superficie I K, se le differenze di incidenze b I g, g I d sono uguali, la somma di gli angoli rifratti prodotti dai raggi estremi saranno il doppio dell'angolo rifratto per l'effetto intermedio; questi sono i raggi rifratti riportati a B, G e D: dico che

quod sit angulus B I B + D I d > 2 ang. g I G.	l'angolo B I B + D I d > 2 ang. concerto



ETENIM descripto quovis circulo A D G tangente refringentem superficiem in I, cujus diameter sit A I, quique dictos radios fecet in b, g, d, B, D, G.	Avendo adunque descritto un cerchio A D G toccante la superficie rifrangente in I, il cui diametro è A I, che farà i detti raggi in b, g, d, B, D, G.

Pag 120 – 133

Quandoquidem anguli b I g & g I d sint æquales, erunt etiam arcus b g & J, d æquales.	Poiché gli angoli b I g & g I d sono uguali, anche gli archi b g & J, d saranno uguali.
Sed ductis A g, A b, &c. erunt A b, A g, Ad sinus incidentiarum, adeoque inter se ut sunt A B, A G, A D sinus refractionum.	Ma dopo aver preso A g, A b, ecc. A b, A g, Ad saranno i seni di incidenza, tant'è che A B, A G, A D sono i seni di rifrazione.
Quare (per lem. 6.) est arcus D G major arcu G B, & inde 2 g G < 2 g	Pertanto (per il Lemma 6.) l'arco D G è maggiore dell'arco G B, e

G — G D + G B = g D + g B = g D — g d + g b + g B = D d + B b, hoc est, 2 g G < D d + B b, sive angulus B I b + ang. d I D > 2 ang. g I G.
Q. E. D.

quindi 2 g G < 2 g G — G D + G B = g D + g B = g D — g d + g b + g B = D d + B b , cioè 2 g G < D d + B b, ovvero l'angolo B I b + ang. d I D > 2 ang. concerto
Q.E.D.

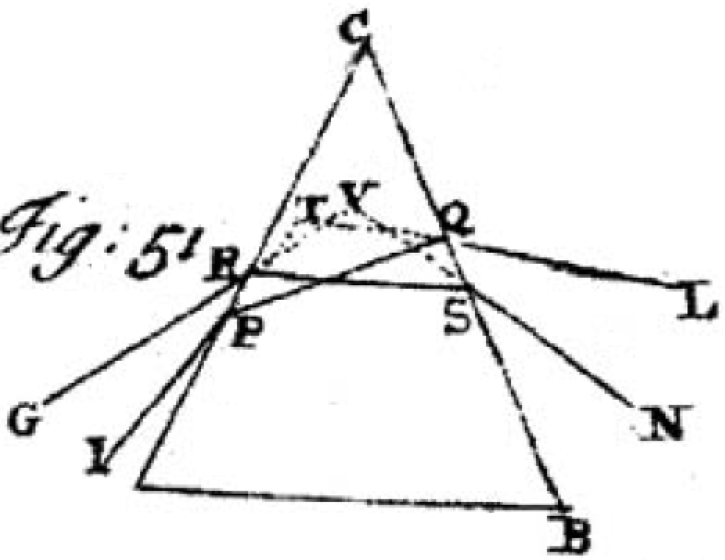
P R O P. XXV

Homogeneis radiis a prismate refractis, angulus, quem incidentes & emergentes comprehendunt, tunc maximus evadit, cum æqualis est hinc & inde refractio.

P R O P. XXV

Nei raggi omogenei rifratti da un prisma, l'angolo che sottendono l'incidente e l'emergente è allora massimo, quando la rifrazione è uguale su entrambi i lati.

Fig: 51



SIT A B C (fig. 51.) prisma, G R S N radius utrinque æqualiter refractus ad R & S.

Sia A B C (fig. 51.) un prisma, G R S N il raggio viene rifratto equamente in R & S su entrambi i lati.

Est I P Q L alius radius refractus inæqualiter, magis quidem ad P, minus ad Q, & producantur hi radii

Vi è I P Q L un altro raggio rifratto inegualmente, anzi più verso P, meno verso Q, e si producano questi raggi finché donec sibi occurrant, I P & Q L in T, G R vero & N S in V.

non si incontrano, I P & Q L in T, ma G R & N S in V.

Dico angulum R V S esse majorem angulo P T Q.

Dico che l'angolo R V S è maggiore dell'angolo P T Q

Quod ut pateat, concipe radios in lineis P Q & R S hinc inde pergentes utrinque egredi prismte, & sic & medio densiori in rarius refringi.

Affinché ciò sia chiaro, immagina che i raggi nelle linee P Q & R S procedano da qui ad entrambi i lati del prisma, e rifrangendo così il mezzo più denso in mezzi più rari.

Nam in triangulis C P Q, C R S, cum angulus C communis sit, cæterorum angulorum summe erunt æquales; & proinde, cum C R S sit isosceles, duplum anguli C R S æquabitur angulis C P Q + C Q P.

Infatti nei triangoli C P Q, C R S, essendo l'angolo C comune, gli estremi degli altri angoli saranno uguali; e quindi, poiché C R S è isoscele, il doppio dell'angolo C R S sarà uguale agli angoli C P Q + C Q P

Pag 121 – 134

Quamobrem radii Q P incidentia ad P tanto major est incidentiâ radii R S ad S, quanto eadem incidentia sit major incidentiâ P Q ad Q.

Pertanto l'incidenza del raggio Q P in P è tanto maggiore dell'incidenza del raggio R S in S, quanto la stessa incidenza è maggiore dell'incidenza di P Q in Q.

Trium itaque incidentiarum differentiæ sunt æquales, adeoque, juxta lemma præmonstratum, summa refractorum angulorum, per incidentiam maximam & minimam effectorum, major erit duplo anguli refracti per incidentiam mediocrem effecti.

Pertanto le differenze delle tre incidenze sono uguali, e quindi, come mostra il lemma, la somma degli angoli rifratti, prodotti dalla maggiore e dalla minima incidenza, sarà maggiore del doppio dell'angolo rifratto prodotto dall'incidenza media.

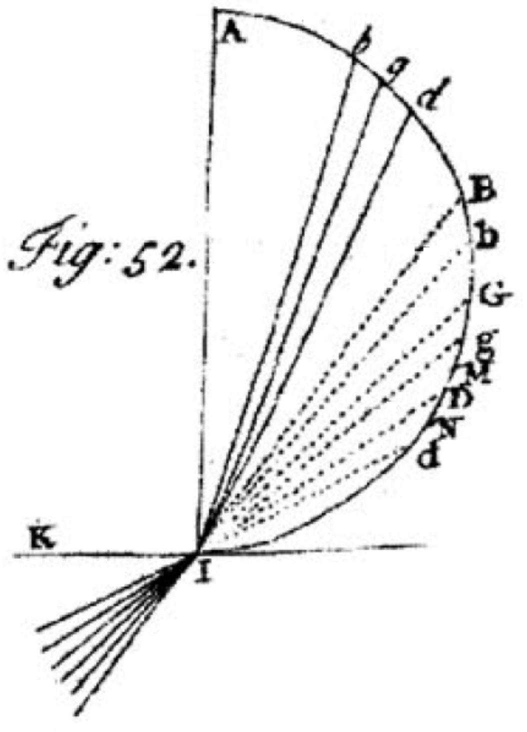
Hoc est, ang. Q P T + ang. P Q T > 2 ang. R S V, sive > ang. R S V + ang. V R S.

Questo è, ang. Q P T + ang. P Q T > 2 ang. R S V, o > ang. R S V + ang. VR S

Itaque, cum in triangulis P T Q & R V S summa angulorum ad basin P Q sit major summâ eorum ad basin R S, erit angulus verticalis R V S major angulo verticali P T Q.
Q. E. D.

Pertanto, quando nei triangoli P T Q & R V S la somma degli angoli alla base P Q è maggiore della loro somma alla base R S, l'angolo verticale R V S sarà maggiore dell'angolo verticale P T Q
Q.E.D.

L E M M A VIII



Si secundum tres lineas h I, g I, d I (6g. 52.) æquales angulos b I g, g I d continentes tres radii minime refrangibites incidant ad I in superficiem I K, & e medio

Se secondo le tre linee h I, g I, d I (6g. 52.) contenenti angoli uguali b I g, g I d tre raggi minimi rifratti cadono in I sulla superficie I K, e sono rifratti dal

densiori in rarius refringantur, quorum refracti retrorsum producti sint I B, I G, I D; & præterea, si trium maxime refrangibilium radiorum, secundum easdem lineas b I, g I, d I incidentium, refracti retrorsum producti sint I b, I g, I d, differentia refractionis radiorum, quorum incidentia est minima, una cum differentiâ refractionis eorum, quorum incidentia est maxima, major erit quam dupla differentia eorum, quorum incidentia est mediocris. Hoc est, ang. B I b + ang. D I d > 2 ang. G I g.

più denso al più denso più rari, le cui rifrazioni inverse fanno sì che i prodotti siano I B, I G, I D; e inoltre, se i tre raggi più rifrattabili, secondo le stesse linee di incidenza b I, g I, d I, vengono rifratti all'indietro e producono I b, I g, I d, la differenza di rifrazione dei raggi la cui incidenza è i minori, insieme alla differenza della loro rifrazione, la cui incidenza è maggiore, saranno maggiori del doppio della differenza di quelli la cui incidenza è media. Questo è, ang. B I b + ang. D I d > 2 ang. G I g.

Pag 122 – 135

ETENIM descripto quovis circulo A D G tangente refringentem superficiem in I, cujus diamter sit A I, quique præfatos radios in punctis b, g, d, B, b, G, g, D, d secet: Concipe subtensas ab A ad quodlibet istorum punctorum duci; & erunt A b, A g, A d inter se, ut sunt A B, A G, A D, atque etiam, ut sunt A b, A g, A d.

QUINDI descritto un cerchio qualsiasi A D G toccante la superficie rifrangente in I, il cui diametro è A I, e che interseca i predetti raggi nei punti b, g, d, B, b, G, g, D, d: Concepire le sottotensioni a essere tracciato da A a ciascuno di questi punti; e ci saranno A b, A g, A d tra loro, come sono A B, A G, A D, e proprio come sono A b, A g, A d.

Unde sequitur, quod A B, A G, A D inter se sunt, ut A b, A g, A d.

Ne consegue quindi che A B, A G, A D si escludono a vicenda, come A b, A g, A d.

Et præterea per lem. 6, quod sic arcus G D > arcu B G, & arcus g d > arcu b g.

E inoltre, a proposito. 6, che così l'arco G D > l'arco B G, e l'arco g d > l'arco b g

Jam siat arcus G M = B G, eritque G D > G M & AD > A M.

Ora lascia che l'arco G M = B G, e sarà G D > G M & AD > A M

Item in peripheriâ A D sume punctum quoddam N sub hâc conditione, ut, si concipias A M, A N subtensas duci, sit A B. A b : : A M. A N, & erunt A B, A G, A M inter se, ut sunt A b, A g, A N, adeoque, cum arcus B G ac G M sint æquales, erit summa arcuum B b + M N (per lem. 8.) major duplo arcu G .g.

Allo stesso modo, sulla periferia di AD, prendi un certo punto N sotto questa condizione, in modo che se concepisci A M, A N come sottotensivi, sia A B. A b : : A M. A N, e sarà A B, A G, A M tra loro, come sono A b A g, A N, pertanto, poiché gli archi B G e G M sono uguali, la somma degli archi B b + M N (per il Lemma 8.) sarà maggiore del doppio della arco G .g.

Sed, cum sit A M. A N : : (A B. A b : :) A D. A d, vel converse A M. A D : : M N. D d, propter A D > A M erit arcus D d > arcu M N, & utrobique addito arcu B b erit arc. B b + arc. D d > arc. B b + arc. M N, & multo magis erit arc. B b + arc. D d > duplo arcu G g, sive ang. B I b + ang. D I d > 2 ang. G I g.
Q. E. D.

Ma poiché esiste A M. A N : : (A B. A b : :) A D. A d, o viceversa A M. A D :: M N. D d, a causa di A D > A M ci sarà un arco D d > un arco M N , e su entrambi i lati l'arco B b verrà aggiunto all'arco. B b + arco. D d > arco. B b + arco. M N, e l'arco sarà molto di più. B b + arco. D d > doppio arco G g, o angolo B I b + ang. D I d > 2 ang. Concerto.
Q.E.D.

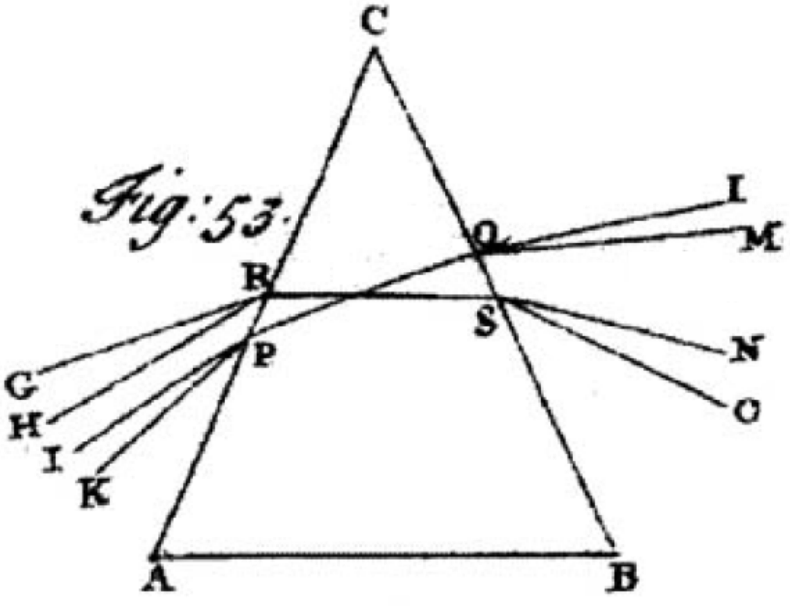
Pag 123 – 136

P R O P. XXV

Heterogeneis radiis a prismate refractis, differentia angulorum, quos incidentes cum emergentibus constituunt, tunc minima evadit, cum æquales sunt utrobique refractiones.

P R O P. XXV

Nei raggi eterogenei rifratti da un prisma, la differenza negli angoli formati dall'incidente e dall'emergente diventa molto piccola, quando le rifrazioni sono uguali su entrambi i lati.



IN prismate A B C (fig. 5 3.) sumatur C R æqualis C S, & R S ducatur, ut & alia quævis linea P Q, qure non sit parallela ad R S; & concipe radios in prismate secundum has lineas P Q & R S hinc inde pergentes, ad puncta P, Q, R & S egredi, & maxime refrangibiles versus K, M, H & O refringi, ac minime refrangibiles versus I, L, G & N.

Nel prisma A B C (fig. 5 3.) si prenda C R uguale a C S, e si tracci R S, in modo che qualunque altra linea P Q non sia parallela a R S; e concepire i raggi nel prisma secondo queste linee P Q & R S procedendo da qua a là, per uscire nei punti P, Q, R & S, e rifratti più rifrangenti verso K, M, H & O, e meno rifrangenti verso I, L, G&N.

Dico, quod refractionum inæqualiter ad P & Q factorum differentiæ simul sumptæ I P K + L Q M sint majores quam H R G + N S O differentiæ refractionum aæqualiter ad R & S factarum simul sumptæ.

Dico che le differenze di rifrazioni in modo diseguale a P e Q presi insieme I P K + L Q M sono maggiori di H R G + N S O le differenze di rifrazioni equamente a R e S presi insieme.

Nam incidentiarum ad P, Q & S differentiæ sunt æquales, ut ostensum erat in prop. præcedenti, atque adeo per lem. 8. differentia refractionis radiorum difformium ad P, ubi maxima est

Per le differenze delle incidenze in P, Q e S sono uguali, come mostrato nella prop. al precedente, e così tanto da lem. 8. La differenza di rifrazione dei raggi deformati in P, dove incidentia, una cum differentiâ consimili ad Q, ubi minima est incidentia, excedit duplum consimilis differentiæ ad S, ubi diffentia mediocris est.

l'incidenza è maggiore, insieme alla differenza simile in Q, dove l'incidenza è minima, supera il doppio della differenza simile in S, dove la differenza è media.

Hoc est, ang. I P K + ang. L Q M > 2 ang. N S O.

Questo è, ang. I P K + Ang. L Q M > 2 ang. NS O

Sive, cum G R H & N S O æquentur, ang. I P K + ang. L Q M > ang. N S O + ang. G R H.
Q. E. D.

Oppure, quando G R H & N S O sono uguali, ang. I P K + Ang. L Q M > Ang. N S O + ang. GR H
Q.E.D.

Pag 124 – 137

SCHOL. Posui quidem radios e prismate utrobique egredi; sin pergant ab I & K per P & Q ad L & M, & a G & H per R & S versus N & O, linearum positiones & quantitates angulorum non inde mutabuntur; & proinde demonstratio præfata tunc etiam valebit; & propter eandem rationem valebit etiam, cum radii ad prisma divergentes, evadunt in prismate paralleli.

SCUOLA Infatti ho disposto che i raggi escano dal prisma su entrambi i lati; se procedono da I & K attraverso P & Q a L & M, e da G & H attraverso R & S verso N & O, le posizioni delle linee e le grandezze degli angoli non cambieranno da ciò; e quindi allora varrà anche la suddetta dimostrazione; e per la stessa ragione varrà anche quando i raggi divergenti dal prisma diverranno paralleli nel prisma.

Quod idem de propositionum 24 & 25 demonstrationibus itidem intellige.

Comprendi lo stesso riguardo alle dimostrazioni delle proposizioni 24 e 25.

Quinetiam aliis quibuscunque casibus, ubi divergunt ante refractionem & post convergunt vel in prisma incidunt paralleli, non adeo multum a parallelismo intra prisma recedunt unquam, quin ut anguli vel differentiæ

E in tutti gli altri casi, dove i paralleli divergono prima della rifrazione e convergono dopo, o cadono in un prisma, non si discostano mai tanto dal parallelismo nel prisma, che gli angoli o le differenze di angoli angulorum, quos incidentes cum emergentibus constituunt, pro iisdem circiter haberi possint, ac si intus essent paralleli; adeoque dictas propositiones ad omnes omnino casus extendi.

che costituiscono l'incidente e l'emergente possono essere considerati approssimativamente lo stesso, come se all'interno fossero paralleli; e quindi le dette proposizioni si estendono a tutti i casi.

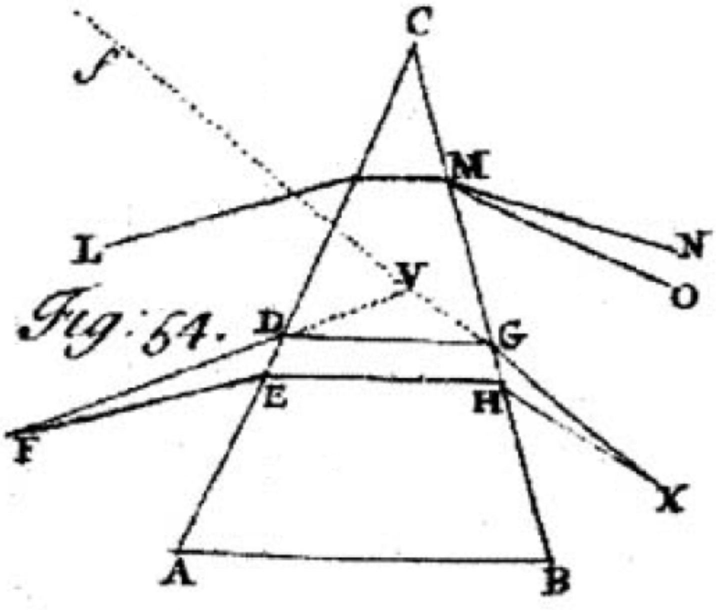


Fig. 54.

Si denique radiis, a dato puncto F ad datum punctum X per prisma A B C (fig. 54.) positione datum refractis, desiderentur anguli D F E, G X H quos heterogenii comprehendunt.

Infine, se i raggi vengono rifratti da un dato punto F ad un dato punto X attraverso il prisma A B C (fig. 54.) in una data posizione, gli angoli D F E, G X H che comprendono gli eterogenei saranno desiderati.

PROBLEMA ex eorum numero est, quæ veteres linearea dixêre, at sequens mechanica solutio, quantum exigunt res practicæ, veritati appropinquat.

Il problema nasce dal loro numero, che i vecchi chiamano lineare, ma la seguente soluzione meccanica, per quanto lo richiedono le questioni pratiche, si avvicina alla verità.

Finge summam angulorum D F E + G X H æqualem esse angulo N M O, quem radii duo, alteriis F D & F E, quod ad refrangibilitatem consimiles, ac juxta quamvis lineam L M, reactæ angulum D F E bisecanti quam proxime parallelam, incidentes post binam refractionem constituunt.

Immaginiamo che la somma degli angoli D F E + G X H sia uguale all'angolo N M O, cui i due raggi, gli altri F D & F E, che sono simili per rifrattibilità, e vicini sebbene alla linea L M, reagiscono per bisecare l'angolo D F E come quasi paralleli possibile, incidenti dopo la doppia rifrazione.

Et e radiis ad X refractis, aliquem G X cum incidente radio F D convenientem in V, produc ad f; ut sit f locus imaginis, quam objectum F oculo in X constituto exhibet.

E dai raggi rifratti a X portare qualche G X col raggio incidente F D corrispondente a V, ad f; sia f il luogo dell'immagine che l'oggetto F presenta all'occhio fissato in X

Dein ang. O M N ac distantiis f X & f V mechanice cognitis, dic esse f X. f V : : ang. N M O. ang. G X H, & erit G X H, quem quæris proxime; quemadmodum ex ostensis ad schol. prop.12, quodammodo manifestum est.

Poi O M N e le distanze f X & f V note meccanicamente, dicono che f X. f V : : ang. N M O. ang. G X H, e sarà G X H, quello che cerchi più vicino; proprio come da quanto è stato mostrato a schol. prop. 12, in un certo senso è chiaro.

Cum refractiones utrobique non sunt admodum inæquales, res expeditius absolvitur per schol. ad prop. 1. fingendo esse V X. F V : : ang. D F E. ang. G X H, vel composite F V + V X. F V : : ang. N MO. ang. G X H.

Poiché le rifrazioni su entrambi i lati non sono molto disuguali, la questione viene risolta più facilmente dallo schol. puntellare. 1. fingendosi V X. F V :: ang. D F E. Ang. G X H, ovvero composto F V + V X. F V : : ang. N MO Inglese GXH

SECTIO

Sezione

Parte Prima

De planorum refractionibus

FINE Sezione III