
SECTIO QUARTA,
De Refractionibus curvarum
superficierum.

SEZIONE QUARTA
Sulle rifrazioni delle superfici curve.



HÆC de refractionibus planorum: De curvis & præsertim sphericis superficiebus jam agendum est, quarum doctrinam respectu homogeneorum radiorum sequentibus propositionibus complecti conabimur.

P R O P. XXVIII

Radii in curvam superficiem incidentis refractum ducere.

NEMPE eadem est refractionis radii a curvâ ac est a plano contingente curvam in puncto refractionis.

Quære ergo refractum a contingente plano per prop. 3.

P R O P. XXIX

Si radii seu paralleli, seu ad punctum aliquod contermini, se spheræ objiciant refringendos, refractorum axi quam proximorum concursus sive focum determinare. †

† Vid. Barrow Lea. Opt. L. XIV, ad fine.

SIT A (fig. 55.) punctum radios ejaculans versus sphericam

Si tratta della rifrazione dei piani: dobbiamo ora occuparci di superfici curve e soprattutto sferiche, rispetto al cui insegnamento cercheremo di includere raggi omogenei nelle proposizioni seguenti.

P R O P. XXVIII

Per guidare i raggi rifratti sulla superficie curva dell'incidente.

Naturalmente, la rifrazione di un raggio da una curva è la stessa che da un piano tangente alla curva nel punto di rifrazione.

Trovare quindi la rifrazione dal piano tangente con la prop. 3.

P R O P. XXIX

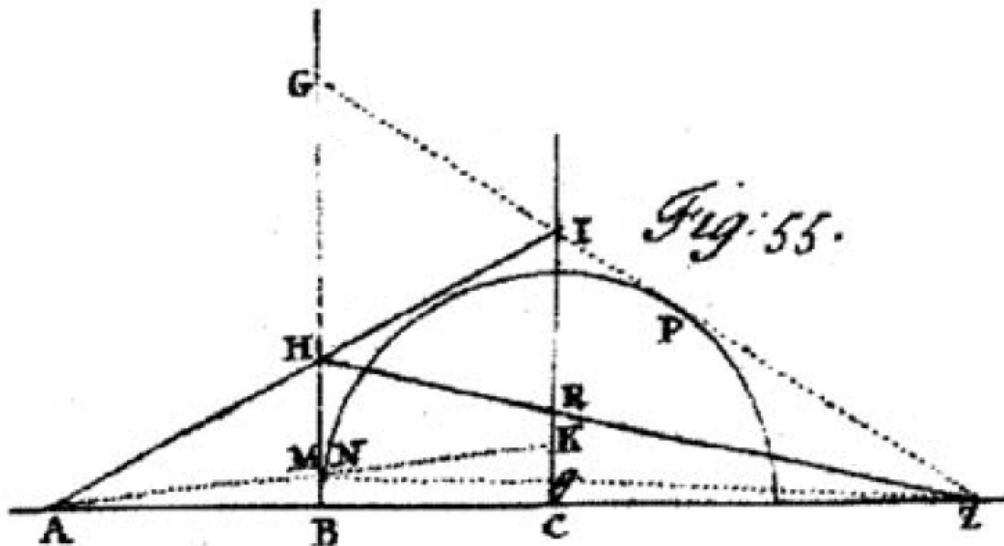
Se i raggi sono paralleli, o si incontrano in un certo punto, le sfere si proiettano per essere rifratte, per determinare la confluenza o il fuoco degli assi rifratti più vicini tra loro. †

†Video. Barrow Lea Optare. L. 14, alla fine.

SIT A (fig. 55.) punctum radios ejaculans versus sphericam

superficiem B N P centro C
descriptam; e vertice & centro
erige ad axem A C perpendiculares
B H & C I, ipsisque occurrentem in
H & I age quamlibet A I per
punctum A.

superficiem B N P centro C
descriptam; e vertice & centro
erige ad axem A C
perpendiculares B H & C I,
ipsisque occurrentem in H & I
age quamlibet A I per punctum A.



Tum a puncto C versus I cape C R,
quæ sit ad C I ut sinus refractionis
ad sinum incidentiæ, & age rectam
H R occurrentem A C in Z, & erit Z
concursum refractorum, quem
oportuit determinare.

Poi dal punto C verso I si prenda
C R, che è in C I come seno di
rifrazione al seno di incidenza, e
si tracci la linea H R che incontra
A C in Z, e Z sarà la convergenza
dei refrattari, che bisognava
tracciare determinare.

Sit enim A N radius axi
vicinissimus incidens ad N, &
occurrens C I in K.

Sia infatti A N il raggio più vicino
all'asse, incidente su N e che
incontra C I in K.

Age N Z occurrentem C I in g, & ut
mos est, concipe infinite parvum
arcum B N æqualem esse B M
segmento rectæ B H ad radium A K
terminato, & erit C I. C R : : C K. C
g *, hoc est, C K. C g ut est sinus
incidentiæ ad sinum refractionis.

Lascia che N Z incontri C I in g, e
come preferisci, immagina che
l'arco infinitamente piccolo B N
sia uguale a B M il segmento di
linea B H terminato nel raggio A
K, e sarà C I. C R : : C K. C g *, cioè
C K. C g come seno di incidenza
rispetto al seno di rifrazione.

* Nam C I. C K. (B H. B M : :) C R. C g, & alternando, C I e R : : C K. C g.

* Per C I. C K. (B H. B M : :) C R. C g, & alternando, C I e R : : C K. C g

Et proinde, cum anguli C A K & C Z g ex hypothesi sint infinite parvi, adeoque B N ad K N, & C g ad N Z perpendiculares vel saltem æquipollente perpendiculis, erit N Z refractus ipsius A N.
Q. E. D.

E quindi, poiché gli angoli C A K & C Z g sono, per ipotesi, infinitamente piccoli, e quindi B N a K N, & C g a N Z sono perpendicolari, o almeno equipollenti alla perpendicolare, N Z sarà la rifrazione di A N.
Q.E.D.

COROL. 1. POSITO I ad R ut est incidentiæ ad sinum refractionis, erit $\frac{I}{R} A B. A C : : B Z. C Z.$

AGG. 1. Se metto I su R poiché è incidente al seno di rifrazione, sarà $\frac{I}{R} A B. A C : : B Z. C Z$

Pag 128 - 141

Est enim $\frac{I}{R} A B. A B : : (I. R : :) C I. C R,$ & $A B. A C : : B H. C I.$

Perché è $I/R A B. A B : : (I. R : :) C I. C R,$ & $A B. A C : : B H. C I.$

Et ex æquo perturbate $\frac{I}{R} A B. A C : : (B H. C R : :) B Z. C Z.$

E da uguale disturbo $I/R A B. A C : : (B H. C R : :) B Z. C Z$

COROL. 2. Si quando punctum A infinite distet, seu parallelos radios ejaculetur, tum propter æquales B H & C I, erit I. R : : B Z. C Z.

AGG 2. Se in qualsiasi momento il punto A è infinitamente distante, o vengono proiettati raggi paralleli, allora a causa dell'uguaglianza di B H e C I, sarà I. R : : B Z. C Z

Atque ita, si refracti radii paralleli sunt, tum propter æquales B H & C R, erit I. R : : A C. A B.

E così, se i raggi rifratti sono paralleli, allora poiché B H e C R sono uguali, sarà I. R : : A C. A B

COROL. 3. Si e quatuor punctis A, B, C & Z tria quævis dentur, potest quartum inveniri, ut e sequentibus exemplis patebit.

AGG. 3. Se vengono forniti tre qualsiasi dei quattro punti A, B, C e Z, si può trovare il quarto, come risulterà chiaro dai seguenti esempi.

EXEM. I. DENTUR A, B, C, & quæratu r Z.

Scilicet est $\frac{I}{R} A B. A C :: B Z. C Z$;
adeoque divisum, $\frac{I}{R} A B - A C. A C$
:: $B C. C Z$.

EXEM. 2. SI datis A, B & Z
quæratu r C; cum sit $\frac{I}{R} A B. A C :: B$
 $Z. C Z$, vicissim erit $\frac{I}{R} A B. B Z$
:: $A C. C Z$, & composite $\frac{I}{R} A B + B$
 $Z. \frac{I}{R} A B :: A Z. A C$.

EXEM. 3. SI datis A, C & Z
quæratu r B; cum sit $\frac{I}{R} A B. A C :: B$
 $Z. C Z$, sive $A B. \frac{R}{I} A C :: B Z. C Z$,
vicissim erit $\frac{R}{I} A C. C Z :: A B. B Z$,
& composite $\frac{R}{I} A C + C Z. C Z :: A$
 $Z. B Z$.

Pag 129 - 142

POSSUNT eadem determinari per
ductum linearum; veluti si datis A,
B & Z quæratu r C.

Erige B H perpendicularem ad A Z
cujusvis longitudinis, & in eâ cape
B G, quæ sit ad B H, ut I ad R;
junge A H & G Z occurrentes in I, &
I C normaliter demissa ad A Z
incidet ad punctum quæsitum C.

NOTA 1. QUOD Z sit locus imaginis
objecti A per refractionem
exhibitæ, cum spectatoris oculus
in axe ultra Z constituitur.

ESEMPIO I. Si danno A, B, C e si
cerca Z.

Naturalmente è $I/R A B. A C :: B$
 $Z. C Z$; e così diviso, $I/R A B - A$
 $C. A C :: B C. C Z$

ESEMPIO 2. Se vengono forniti
A, B e Z, si cerca C; poiché è $I/R A$
 $B. A C :: B Z. C Z$, il contrario sarà
 $I/R A B. B Z$
:: $A C. C Z$, e composito $I/R A B +$
 $B Z. I/R A B :: A Z. A C$

ESEMPIO 3. Se vengono forniti
A, C e Z, si cerca B; poiché è $I/R A$
 $B. A C :: B Z. C Z$, o $A B. R/I A C ::$
 $B Z. C Z$, il contrario sarà $R/I A C.$
 $C Z :: A B. B Z$, & composito $R/I A$
 $C + C Z. C Z :: A Z. B Z$

Lo stesso può essere
determinato tracciando delle
linee; come se, dati A, B e Z, si
cercasse C.

Erigi B H perpendicolare ad A Z
di lunghezza qualsiasi, e su di
esso prendi BG, che sta a BH,
come I a R; l'incontro congiunto
A H & G Z in I, & I C, abbassato
normalmente ad A Z, cadrà nel
punto C desiderato

NOTA 1. Sia Z il luogo
dell'immagine dell'oggetto A
esibita per rifrazione, quando

2. SI quando refracti radii divergant, vel incidentes convergant, vel sint paralleli, similis erit problematis constructio, mutatis tantum suo modo mutandis.

3. SI e puncto A emissi radii per plures sphaericas superficies, eundem axem A C retinentes, successive transmittantur, ad concursum post omnes refractiones determinandum, quaere primo concursum radiorum post primam refractionem, deinde concursum eorundem post secundam refractionem; juxta ac si primario emissi fuissent e puncto praecedentis concursus, & sic deinceps donec ad ultimum concursum deventum sit.

Atque hoc pacto locus imaginis objecti cujusvis per telescopium vel microscopium visi determinari potest.

Pag 130 - 143

4. OPE corol. 3. lentes ex sphaericis superficiebus confici possunt, qua telescopiis modo quolibet designato constituendis inservient.

Patet enim ex illo corollario, quod non tantum refractiones datarum

l'occhio dello spettatore è fisso sull'asse oltre Z.

2. SE quando i raggi rifratti divergono, o quando incidenti convergono, o sono paralleli, la costruzione del problema sarà simile, cambiando solo il suo verso.

3. SE i raggi emessi dal punto A si trasmettono successivamente attraverso più superfici sferiche, mantenendo lo stesso asse A C, per determinare la convergenza dopo tutte le rifrazioni, ricercare prima la convergenza dei raggi dopo la prima rifrazione, poi la loro convergenza dopo la seconda rifrazione; vicini come se fossero stati lanciati principalmente dal punto della collisione precedente, e così via fino all'ultima collisione.

E in questo modo è possibile determinare la posizione dell'immagine di qualsiasi oggetto visto attraverso un telescopio o un microscopio.

4. OPE col. 3. Si possono ricavare lenti da superfici sferiche, che serviranno a montare i telescopi in qualsiasi modo progettato.

Infatti da questo corollario risulta chiaro che non solo si possono indagare le rifrazioni di determinate lenti, ma si possono

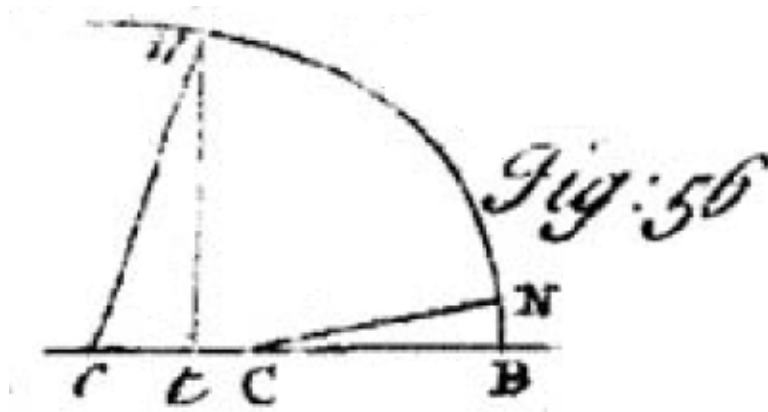
lentium investigari possunt, sed & lentes delineari, quæ datas refractiones peragent.

anche disegnare le lenti che eseguiranno le rifrazioni date.

L E M M A IX

Ad datam quamvis curvam concursum axis & vicinissimi perpendiculi determinare.

Per una data curva, determinare l'intersezione dell'asse e la perpendicolare più vicina.



IN fig. 56. sit B N n curva, & ad quodvis ejus punctum n indeterminate spectatum quære perpendiculum n c per notas methodos ducendi perpendicula curvarum, & simul invenies longitudinem B c.

Tum (demisso ad B c normali n t) singe B t vel n t infinite parvam esse, seu nullam, & emergit longitudo B C, cujus terminus est ad concursum axis cum vicinissimo perpendiculo.

NELLA FIGURA 56. Sia B N n una curva, e guarda in qualsiasi punto n di essa indeterminatamente, cerca la perpendicolare n c coi noti metodi di tracciare le perpendicolari alle curve, e nello stesso tempo troverai la lunghezza di B c.

Quindi (lasciando la normale n t a B c) assumiamo che B t o n t siano infinitamente piccoli, o del tutto assenti, e emerge la lunghezza BC, il cui limite è alla convergenza dell'asse con la perpendicolare più vicina.

EXEM. 1. SIT B N n parabola, cujus
 latus rectum r, & B t dic x; erit B c
 $= x + \frac{1}{2} r$, ut notum est.

ESEMPIO 1. Sia B N n una
 parabola, il cui lato destro è r, e
 B t diciamo x; sarà B c = $x + \frac{1}{2} r$,
 come è noto.

Pone jam x = 0, & restabit $\frac{1}{2} r$ pro
 longitudine B C ad verticem.

Ora metti x = 0, e rimarrà $\frac{1}{2} r$ per
 la lunghezza B C fino in cima.

Pag 131 - 144

EXEM. 2. SIT B N n ellipsis cujus
 latus rectum r & transversum q, &
 eritque (ut notum est) B c = $x + \frac{rx}{q}$
 $+ \frac{1}{2} r$.

ESEMPIO 2. Sia B N n un'ellisse il
 cui lato destro sia r e trasversale
 q, e sarà (come è noto) B c = $x +$
 $(rx)/q + 1/2 r$.

Jam pone x = 0, & restabit iterum $\frac{1}{2} r$
 pro longitudine B C ad verticem.

Ora metti x = 0, e rimarrà ancora
 $\frac{1}{2} r$ per la lunghezza B C verso
 l'alto.

Nec secus in curvis magis
 compositis procedendum est.

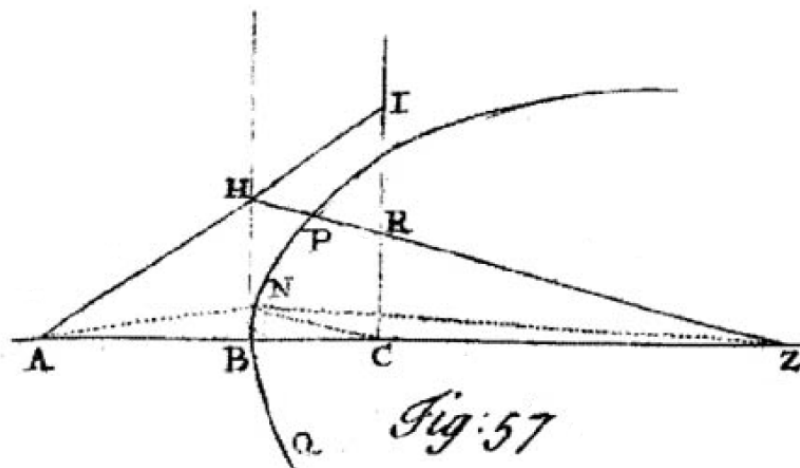
Né è altrimenti procedere per
 curve più composte.

P R O P. XXX

Radiis in curvam quamvis
 superficiem quam proxime
 perpendiculariter incidentibus,
 refractorum concursum, seu
 focum, determinare.

P R O P. XXX

**Determinare la confluenza, o
 fuoco, dei refrattari, mediante i
 raggi incidenti sulla superficie
 curva il più quasi
 perpendicolarmente possibile.**



ESTO P B Q (fig. 57.) curva quævis, A commune punctum, seu concursus incidentium radiorum, A B radius perpendicularis sive axis, & A N radius quam proxime perpendicularis sive axi proximus, sitque N C ad curvam perpendicularis, axique A C occurrens ad C.

Et puncto C per lem. 9. invento, erige ad B & C perpendiculara B H & C I, quibus in H & I occurrentem age quamvis A I.

Versus I cape C R, quæ sit ad C I ut sinus refractionis ad sinum incidentiæ, & recta H R occurret ipsi A B in quæsito refractorum concursu Z.

PROBATUR ad modum præcedentis propositionis, & huic etiam consimilia corollaria & notæ competunt.

Pag 132 - 145

P R O P. XXXI

Parallelis radiis in sphaeram incidentibus, refractorum ab axe remotorum errorem a principali foco determinare.

Sia P B Q (fig. 57) una curva qualsiasi, A il punto comune o convergenza dei raggi incidenti, A B il raggio o asse perpendicolare, e A N il raggio quasi perpendicolare o più vicino all'asse, e sia N C perpendicolare a la curva e l'asse AC che si incontra in C.

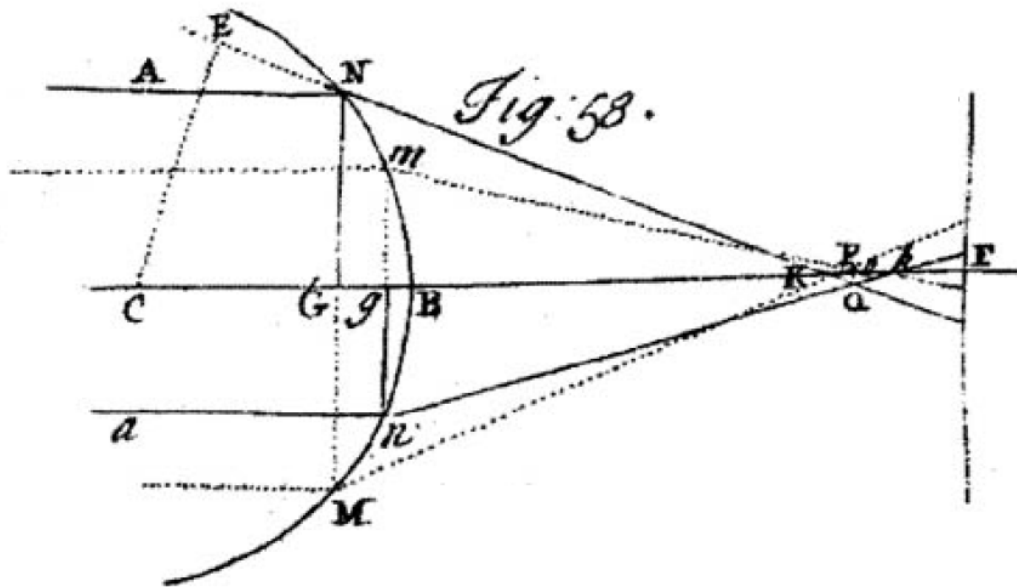
E nel punto C attraverso il lem. 9. avendolo trovato, erigere a B & C le perpendicolari B H & C I, che si incontrano in H & I nonostante A I

Si prenda la linea I C R, che sta a C I come il seno di rifrazione al seno di incidenza, e la retta H R incontrerà la stessa A B nella voluta convergenza dei refrattari Z.

È dimostrato alla maniera della precedente proposizione, anche da questa simile aggiunta e da note corrispondenti.

P R O P. XXXI

Con i raggi paralleli incidenti sulla sfera, determinare l'errore della rifrazione fuori asse dal fuoco principale.



IN schem. 58. sit N B M sphæra, C centrum ejus, C B semidiameter incidentibus radiis parallela, A N radius incidens & N K refractus ejus, occurrens axi seu semidiametro C B in K; & posito F principali foco, i. e. in quem radii prope axem jacentes congregantur, quærendus erit error F K.

Demitte ergo perpendiculares C E in N K, & N G in C K, & dic C B = a, G B = x & C K = z, atque ex naturâ circuli erit $N G q = 2 a x - x x$, cui adde G K q, hoc est $z z + 2 x z - 2 a z + x x - 2 a x + a a$, & prodibit N K q = $z z + 2 x z - 2 a z + a a$.

Jam, cum N G sit ad C E ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, sive ut I ad R, & propter similitudinem triangulorum C E K & N G K, N K & C K sint in eâdem ratione, erit I I. R R :: (N K q. C K

NELLO SCHEMA. 58. sia N B M una sfera, C il suo centro, C B il semidiametro parallelo ai raggi incidenti, A N il raggio incidente e N K la sua rifrazione, che incontra l'asse o semidiametro C B in K; e ponendo F al centro dell'attenzione, i. e. in cui sono raccolti i raggi che giacciono vicini all'asse, si cercherà l'errore F K.

Siano dunque le perpendicolari C E in N K, & N G in C K, e dica C B = a, G B = x & C K = z, e dalla natura del cerchio sarà $N G q = 2 a x - x x$, alla quale aggiungi G K q, questo è $z z + 2 x z - 2 a z + x x - 2 a x + a a$, e apparirà N K q = $z z + 2 x z - 2 a z + a a$.

Ora, quando N G sta a C E come il tendine dell'incidenza al tendine della rifrazione, o come I a R, e a causa della somiglianza dei triangoli C E K e N G K, N K e C K sono nella stessa

q : :) z z + 2 x z - 2 a z + a a. z z;
 adeoque I I z z = z z + 2 x z - 2 a z
 + a a in R R, & factâ reductione z z
 = $\frac{2 R R a z - 2 R R x z - R R a a}{R R - I I}$, extractâque
 radice z =

$$\frac{R R a - R R x + R \sqrt{I I a a - 2 R R a x + R R x x}}{R R - I I},$$

i. e. radicali in infinitam seriem
 redactâ, z = $\frac{R a}{R - I} - \frac{R R x}{I R - I I} - \frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} - \frac{R^5 x^3}{2 I^5 a^2}$,
 &c.

Pag 133 - 146

Jam, cum per corol. 2. vel 3 prop.
 29 sit $\frac{R a}{R - I} = C F$ (id quod etiam
 innotescit ex valore z jam invento,
 fingendo esse x = 0) ex hoc C F
 subduc inventum valorem z &
 restabit $\frac{R R x}{I R - I I} + \frac{R^3 x^2}{2 I^3 a}$, &c. pro
 valore erroris K F, quem
 quærimus.

COROL. 1. SI B G sive x ponatur
 valde exigua, erit $\frac{R R x}{I R - I I}$ quam
 proxime æqualis K F; tunc enim
 quantitate $\frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} - \frac{R^5 x^3}{2 I^5 a^2}$

&c. propter ascendentes potestates
 ejusdem x evadunt admodum
 exiguæ, & respectu termini $\frac{R R x}{I R - I I}$
 pro nullis haberi possint.

COROL. 2. QUINETIAM, si statuas
 N G = y, erit $\frac{R R y y}{2 I R a - 2 I I a} = K F$
 circiter.

proporzione, sarà I I . R R :: (N K
 q. C K q : :) z z + 2 x z - 2 a z + a a.
 z quindi I I z z = z z + 2 x z - 2 a z +
 a a in R R, e per riduzione z z = (2
 R R a z - 2 R R x z - R R a a)/(R R - I
 I), ed estrai

$$\frac{R R a - R R x + R \sqrt{I I a a - 2 R R a x + R R x x}}{R R - I I},$$

io. e. ridotto ad una serie infinita
 di radicali, z = $\frac{R a}{R - I} - \frac{R R x}{I R - I I} - \frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} - \frac{R^5 x^3}{2 I^5 a^2}$,
 ecc.

Ora, quando attraverso Corol. 2 o
 3 prop. 29 Sia $\frac{R a}{R - I} = C F$ (che è
 noto anche dal valore di z già
 trovato, immaginando che x = 0)
 da questo C F sottrai il valore
 trovato di z e rimarrà $\frac{R R x}{I R - I I} + \frac{R^3 x^2}{2 I^3 a}$,
 ecc... per il valore dell'errore K F,
 che stiamo cercando.

AGG. 1. SE B G o x si assume
 essere molto piccolo, $\frac{R R x}{I R - I I}$ sarà
 quasi uguale a K F; per allora in
 quantità $\frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} - \frac{R^5 x^3}{2 I^5 a^2}$

ecc... a causa dei poteri
 ascendenti della stessa x
 risultano molto piccoli, e rispetto
 al termine $\frac{R R x}{I R - I I}$ non possono
 essere presi per nulla.

AGG. 2. QUINETIO, se imposti N
 G = y, sarà (R R y y)/(2 I R a - 2 I I a)
 = K F circa.

Etenim est $NGq = BG \times BC + CG$, sive $= BG \times 2BC$ proxime, hoc est, $yy = 2ax$ fere, vel $\frac{yy}{2a} = x$, & subsistendo $\frac{yy}{2a}$ pro x in valore ipsius KF , $\frac{RRyy}{2IRa-2IIa} = KF$.

Infatti è $NGq = BG \times BC + CG$, ovvero $= BG \times 2BC$ circa, cioè $y = 2ax$ circa, ovvero $(yy)/(2a) = x$, & restante $(yy)/(2a)$ per x nel valore di KF , $(RRyy)/(2IRa-2IIa) = KF$

Pag 134 - 147

COROL. 3. HINC errores KF sunt ut sagittæ GB , vel ut quadrata semichordarum NG .

AGG. 3. Qui gli errori KF sono come le frecce GB , o come i quadrati dei Semicordi NG .

COROL. 4. SI radius ANK detur positione, & paralleli alicujus, axi prioris & ad alteras axis partes incidentis, radii an refractus nk ducatur, secans axem in k , & hunc refractum NK in Q , & ad axem ducatur normalis Qo ; linea Ko evadet omnium maxima, ubi radius an duplo minus distat ab axe circiter, quam radius alter AN .

AGG. 4. SE ad un raggio ANK viene data una posizione, e parallelo a uno qualsiasi, l'asse proprio e incidente alle altre parti dell'asse, si traccia il rifratto nk del raggio an , tagliando l'asse in k , e questo rifratto NK in Q , & la normale Qo è portata all'asse; la linea Ko risulta essere la più grande di tutte, dove il raggio An è lontano dall'asse circa il doppio dell'altro raggio AN

Demissâ enim ad axem normali ng , ponatur $ng = v$, $Ko = s$, $GK = f$, & $KF = b$, & per corol. 3 hujus, erit $\frac{byy - bvv}{yy} = Kk$.

Poiché sia ng abbassato all'asse normale, sia $ng = v$, $Ko = s$, $GK = f$, & $KF = b$, & per corollario. 3 di questo, sarà $(byy - bvv)/(yy) = Kk$.

PRÆTEREA est $GK \cdot GN :: Ko \cdot Qo$; adeoque $Qo = \frac{ys}{f}$; Item $gn \cdot GK (= gk \text{ proxime}) :: Qo \cdot ok$, quare $ok = \frac{ys}{v}$.

Inoltre, è $GK \cdot GN :: Ko \cdot Qo$ quindi $Qo = (ys)/f$: Anche $gn \cdot GK (= gk \text{ circa}) :: Qo \cdot ok$, perché $ok = (ys)/v$.

Huic adde Ko & iterum prodit $Kk = \frac{vs + ys}{v}$.

Aggiungete a questo Ko & ancora una volta si ottiene $Kk = (vs + ys)/v$.

Quamobrem est $\frac{v s + y s}{v} = \frac{b y y - b v v}{y y}$, factâque divisione per $v + y$, & reductâ æquatione, prodit $s = \frac{b v y - b v v}{y y}$.

JAM ut maximus s inveniatur, multiplica terminos juxta methodum Huddenii per dimensiones quantitas indeterminatæ v , & emerget $o = \frac{b v y - 2 b v v}{y y}$ sive $y = 2 v$, hoc est $N G = 2 n g$.

Pag 135 - 148

COROL. 5. ET hinc $K o$, ubi maximum est, æquatur quartæ parti ipsius $K F$ circiter; nam in valore ipsius s jam ante invento, si scribas $2 v$ pro y , exoritur $\frac{1}{4} h = s$.

COROL. 6. EST etiam $o Q = \frac{R y^3}{8 I a a}$.

Nam est $G K (= B F$ proxime).

|| $G N :: K o. o Q$, hoc est

$$* \frac{R a}{R - I} \cdot y :: \frac{R R y y}{8 I R a - 8 I I a} (= \frac{1}{4} K F).$$

$$† \frac{R y^3}{8 I a a}$$

|| Auctori hic contigit valorem lineæ $C F$ ponere pro valore lineæ $G N$; unde ortus est error in sequente parte computationis hujus loci, & in prop. 37.

$$* \frac{I a}{R - I} \quad † \frac{R R y y}{8 I I a a}$$

Poiché il numero è $(v s + y s)/v = (b y y - b v v)/(y y)$ e la divisione per $v + y$ e l'equazione ridotta, si ottiene $s = (b v y - b v v)/(y y)$.

JAM per trovare il massimo s moltiplica i termini secondo il metodo di Hudden per le dimensioni della quantità indeterminata v , e risulta $o = (b v y - 2 b v v)/(y y)$ oppure $y = 2 v$, questo è $N G = 2 n g$.

AGG. 5. E quindi $K o$, dove è maggiore, è circa uguale ad una quarta parte di $K F$; poiché nel valore di s già trovato prima, se si scrive $2 v$ per y , si ottiene $\frac{1}{4} h = s$.

AGG. 6. È anche $o Q = \frac{R y^3}{8 I a a}$.

Perché è $G K (= B F$ approssimativamente).

|| $G N :: K o. o D$, quà è

$$* \frac{R a}{R - I} \cdot y :: \frac{R R y y}{8 I R a - 8 I I a} (= \frac{1}{4} K F).$$

$$† \frac{R y^3}{8 I a a}$$

|| Qui è capitato all'autore di mettere il valore della linea $C F$ per il valore della linea $G N$; da qui l'errore nella parte produttiva del calcolo di questo luogo, e nella prop. 37.

$$* \frac{I a}{R - I} \quad † \frac{R R y y}{8 I I a a}$$

COROL. 7. SI arcus B M sumatur æqualis B N, & B m = B n, ac radii ad puncta M & m refracti ducantur sibi occurrentes in P; constat esse spatium P Q =

$$\frac{\|Ry^3}{4La^2}$$

duplum nempe ipsius o Q; & præterea constat, refractos omnium radorum in sphæricam superficiem inter N & M cadentium, convergere in spatium hocce P Q, & idem P Q esse minimum circolare spatium in quod possent omnes congregari; adeoque focum esse, seu locum imaginis objecti, parallelas radios in lentem, ad usque limites M & N apertum, ejaculantis.

$$\frac{\|Ry^3}{4La^2}$$

Scilicet nulli radii possunt transilire hoc spatium; quia cum o Q sit in datâ ratione ad K o, eritque o Q simul maximum, adeoque punctum Q omnium versus F jacentium remotissimum ab axe, in quo radius quisquam concurrat cum externo radio N K; neque possunt in minus spatium congregari, quia radii N K & M K secant externos radios in punctis P & Q, quibus spatium P Q terminatur.

Pag 136 - 149

COROL. 8. SI circuli N B M apertura augeatur vel minuatur,

AGG. 7. SE si prende l'arco B M uguale a B N, & B m = B n, e i raggi rifratti vengono condotti nei punti M & m, incontrandosi in P; è chiaro che lo spazio P Q =

$$\frac{\|Ry^3}{4La^2}$$

il doppio di quello di O Q; ed inoltre è evidente che in questo spazio P Q convergono le rifrazioni di tutti i raggi che cadono sulla superficie sferica tra N ed M, e che lo stesso P Q è il più piccolo spazio circolare in cui potrebbero raccogliersi tutti; in modo che sia il fuoco, o luogo dell'immagine dell'oggetto, che getta raggi paralleli nella lente, aperta ai limiti di M & N.

$$\frac{\|Ry^3}{4La^2}$$

Naturalmente nessun raggio può attraversare questa distanza; perché quando o Q è in un dato rapporto con K o, allora o Q sarà nello stesso tempo il maggiore, e quindi il punto Q di tutti giacente verso F è il più lontano dall'asse, in cui ogni raggio coincide con l'esterno raggio N K; né si possono raccogliere in uno spazio più piccolo, perché i raggi N K & M K intersecano i raggi esterni nei punti P & Q, dai quali termina lo spazio P Q.

AGG. 8. SE l'apertura del cerchio N B M viene aumentata o diminuita, l'errore laterale P Q sarà pari a y^3 , ovvero al cubo

error lateralis P Q erit ut y^3 , sive ut cubus latitudinis aperturæ N M.

Item si immutatâ aperturâ mutetur circuli magnitudo, error P Q erit reciproce ut a a sive ut C B q, adeoque ut B F q, siquidem C B & B F sint in datâ ratione: sin vero & circuli magnitudo & apertura mutetur, erit error ille P Q ut $\frac{y^3}{a a}$ sive ut $\frac{N M cub.}{B F quad.}$ quemadmodum ex

$$\frac{*Ry^3}{4La^2}$$

valore ipsius P Q constare potest.

$$\frac{*RRy^3}{411aa}$$

SCHOL. EODEM fere modo, quo radiorum parallele incidentium errores K F & P Q determinavimus, consimiles divergentium vel convergentium errores, licet calculo difficiliori, determinari possunt.

Pag 137 - 150

P R O P. XXXII

Si radii sive paralleli, sive versus commune aliquod punctum inclinati, se sphæræ objiciant refringendos, refractorum extra axem sibi

della larghezza dell'apertura N M.

Parimenti, se si cambia la grandezza del cerchio mantenendo immutata l'apertura, l'errore P Q sarà reciprocamente come a a o come C B q, e così che B F q, poiché C B & B F sono nel rapporto dato: se infatti sia la grandezza che l'apertura del cerchio viene modificata, l'errore P Q sarà come $y^3/(a a)$ o come (N M cub.)/(B F quad.)

$$\frac{*Ry^3}{4La^2}$$

come si può vedere dal valore di P Q

$$\frac{*RRy^3}{411aa}$$

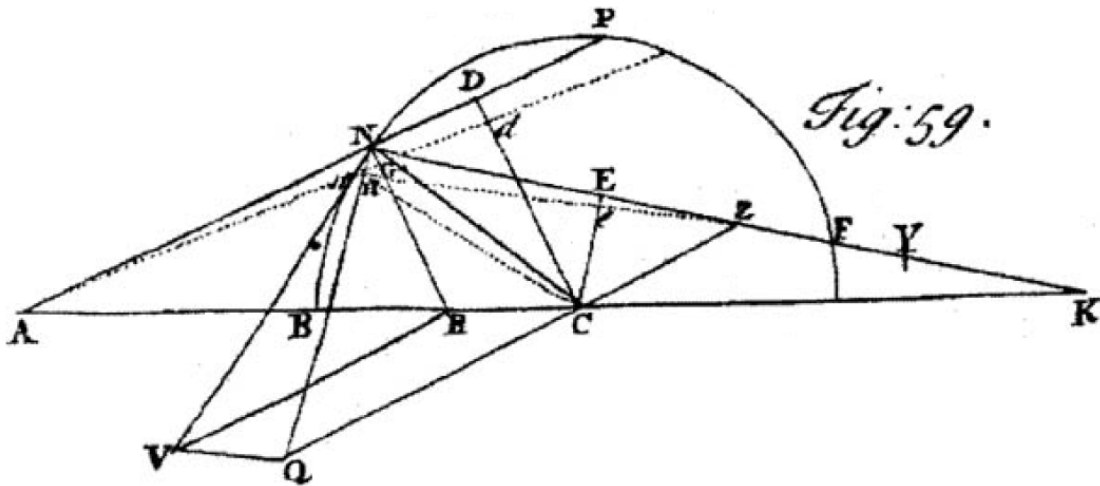
SCUOLA Quasi nello stesso modo in cui abbiamo determinato gli errori dei raggi incidenti paralleli K F & P Q, si possono determinare errori divergenti o convergenti simili, anche se con un calcolo più difficile.

P R O P. XXXII

Se i raggi, paralleli o inclinati verso qualche punto comune, si proiettano come sfere e si rifrangono, determinano la confluenza dei rifratti esterni

quam proximorum, & in eodem plano cum incidentibus jacentium, concursum determinare.

all'asse dei rifrattori rispetto a quelli ad essi più vicini, e giacenti nello stesso piano di quelli incidenti.



IN fig. 59. sit A N incidens radius, N K refractus ejus, & N V in plano trianguli A N K recta linea tangens sphæram ad N.

NELLA FIGURA 59. Sia A N il raggio incidente, N K la sua rifrazione, e N V nel piano del triangolo A N K una retta tangente alla sfera in N.

Ad A N duc N R perpendicularem & occurrentem axi A C in R, nec non R V parallelam & occurrentem tangenti N V in V.

Ad A N traccia N R perpendicolare e che incontra l'asse A C in R, né R V parallelo e che incontra la tangente N V in V

Item ad N K duc N Q perpendicularem, & V Q parallelam convenientes in Q, & age Q C occurrentem N K in Z, eritque Z concursus radiorum ipsi A N vicinissimorum.

Anche a N K si conduca N Q perpendicolare, e V Q parallela che incontri in Q, e si conduca Q C che incontri N K in Z, e Z sarà la convergenza dei raggi più vicini ad A N stesso.

Sit enim A n alius ex incidentibus priori A N infinite vicinus, & occurrens N R in G.

Sia infatti A n un altro degli incidenti del precedente A N

Age $n Z$ occurrentem $N Q$ in H , & ad $A N$ & $N K$ e C centro spheræ demitte normales $C D$ & $C E$, occurrentes $A n$ & $n Z$ in d & e .

Jam, cum AN supponatur infinite vicinus $A n$, arcus infinite parvus $N n$ pro rectâ coincidente cum tangente $N V$ haberi potest, ac triangula $N G n$, $N R V$, & $N H n$, $N Q V$ pro similibus.

Quare est DC . $D d :: (N R. N G :: N V. N n :: N Q. N H ::) E C. E e$. unde divisim & alternatim; $D C. E C :: d C. e C$.

Est autem $D C$ ad $E C$ ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, propterea quod $N K$ sit refractus ipsius $A N$, adeoque etiam $d C$ est ad $e C$ ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis.

Pag 138 - 151

Et proinde, cum anguli $D A d$ & $E Z$ e sint infinite parvi, atque adeo $C d$ ad $A n$ & $C e$ ad $n Z$ perpendiculares, vel saltem perpendiculis æquipollentes, erit, $n Z$ refractus ipsius $A n$.
Q. E. D.

infinite vicino, e incontrante $N R$ in G .

Sia $n Z$ incontrare $N Q$ in H , e ad $A N$ & $N K$ e C il centro della sfera scenda dalle normali $C D$ & $C E$, incontrando $A n$ & $n Z$ in d & e .

Ora, quando si suppone AN infinite vicino ad $A n$, l'arco infinite piccolo $N n$ può essere considerato come la retta coincidente con la tangente $N V$, e i triangoli $N G n$, $N R V$, & $N H n$, $N Q V$ come simili.

Perché è DC ? $D d :: (N R. N G :: N V. N n :: N Q. N H ::) E C. E e$. quindi separatamente e alternativamente; $D C. E C :: d C. e C$

$E D C$ ad $E C$ è come il tendine dell'incidenza rispetto al tendine della rifrazione, perché $N K$ è la rifrazione di $A N$, e così anche $d C$ sta a $e C$ come il tendine dell'incidenza rispetto al tendine della rifrazione.

E quindi, poiché gli angoli $D A d$ & $E Z$ e sono infinite piccoli, e quindi $C d$ ad $A n$ & $C e$ a $n Z$ sono perpendicolari, o almeno equipotenti alla perpendicolare, sarà che $n Z$ è rifratto da $A n$.
Q.E.D.

COROL. 1. EST $N D. N E ::$ (sive $N P. N F ::$) $N R. N Q.$

Nam actâ $N C$, propter triangula $N R V$ & $N D C$, $N E C$ & $N Q V$ similia, est $N D. N R :: (N C. N V ::)$ $N E. N Q$, & alterne $N D. N E. ::$ $N R. N Q.$

HINC promptior emergit problematis resolutio; nempe ad radios $A N$, $N K$ erige normales $N R$, $N Q$, quorum $N R$ axi $A C$ occurrat, & $N Q$ sit ad $N R$ ut $N F$ ad $N P$.

Dein age $Q C$, quæ cum $N K$ in quæsito puncto Z conveniet. *

* Vid. Barrow Lec. Opt. L. XIII. Art. 26.

COROL. 2. EST etiam $A N \times D C \times N E. A D \times E C \times N D :: N Z. E Z$; nam est $A D. A N :: D C. N R$, & inde $N R = \frac{A N \times D C}{A D}$.

Item $N D. N E :: N R. N Q$, & inde $N Q = \frac{A N \times D C \times N E}{A D \times N D}$ adeoque $A N \times D C \times N E. A D \times E C \times N D :: (N Q. E C ::)$ $N Z. E Z.$

Pag 139 - 152

COROL. 3. SI punctum radians A infinite distet sive parallelos radios ejaculetur, posito $I. R ::$ sinus incidentiæ, sin. refract. erit $I \times N F. R \times N P :: N Z. E Z.$

COLONNELLO 1. IS $N D. N E ::$ (o $N P. N F ::$) $N R. N Q.$

Poiché actâ $N C$, a causa dei triangoli simili $N R V$ & $N D C$, $N E C$ & $N Q V$, è $N D. N R :: (N C. N V ::)$ $N E. N Q$, & alternativamente $N D. N E. :: N R. N Q.$

Qui la risoluzione del problema emerge più facilmente; cioè ai raggi $A N$, $N K$ le normali erette $N R$, $N Q$, le cui $N R$ incontra l'asse $A C$, e $N Q$ sta a $N R$ come $N F$ a $N P$

Quindi esegui $Q C$, che incontrerà $N K$ nel punto Z desiderato. *

* Vedi Barrow Lectiones Opticæ Let. XIII. Art. 26.

AGG. 2. È anche $A N \times D C \times N E. A D \times E C \times N D :: N Z. E Z$; poiché è $A D. A N :: D C. N R$, e quindi $N R = (A N \times D C)/(A D)$.

Anche $N D. N E :: N R. N Q$, & quindi $N Q = (A N \times D C \times N E)/(A D \times N D)$ e quindi $A N \times D C \times N E. A D \times E C \times N D :: (N Q. E C ::)$ $N Z. E Z$

AGG. 3. SE il punto radiante A è infinitamente distante, o se vengono emessi raggi paralleli, assumendo $I. R ::$ il seno di incidenza, sin. rifrange sarà $I \times N F. R \times N P :: N Z. E Z$

In hoc enim casu A N & A D, cum sint infinite longæ, pro æqualibus haberi debent.

Atque adeo per corol. 2 hujus, erit $DC \times NE. EC \times ND :: NZ. EZ.$

Sed ex hypothesi est $DC. EC :: I. R,$ & proinde $I \times NE. R \times ND :: (NZ. EZ ::) I \times NF. R \times NP.$

Cæterum de his vide plura in Lectionibus Dris. Barrow.

NOTETUR autem 1° quod mutatis mutandis resolutio problematis cuicunque casui facile accommodatur, sive radii incidentes divergant a puncto aliquo, vel ad idem convergant, vel incidant paralleli.

2° Cum e radiis huic A N K proximis, qui jacent in plano A N K, convenient in Z, qui vero in conicâ superficie, per revolutionem trianguli A N K circa latus A K generatâ, jacent, convenient in K; erit maxima radiorum ipsi A N K undique proximorum constipatio circa medium spatii K Z, puta ad Y; & proinde oculo in lineâ N K ultra K constituto, visibilis imaginis objecti A, per refractionem sphæricæ superficiei B N visi, locus erit ad Y, vel saltem intra

Perché in questo caso A N e A D, poiché sono infinitamente lunghi, devono essere considerati uguali.

E così da Corol. 2 di questo, sarà $DC \times NE. EC \times ND :: NZ. EZ$

Ma per ipotesi è $DC. EC :: I. R,$ e quindi $I \times NE. R \times ND :: (NZ. EZ ::) I \times NF. R \times NP$

Inoltre, vedi di più su questi nelle Lezioni di Dris. Barrow

È da notare, in primo luogo, che la soluzione del problema si adatta facilmente ad ogni caso, sia che i raggi incidenti divergano da qualche punto, o convergano allo stesso punto, o cadano paralleli.

2° Quando i raggi più vicini a questo A N K, che giacciono nel piano A N K, si incontrano in Z, e quelli che giacciono sulla superficie conica, per la rivoluzione del triangolo A N K generato attorno al lato A K, si incontrino in K; la massima concentrazione dei raggi stessi A N K e dei raggi vicini su tutti i lati sarà intorno alla metà dello spazio K Z, diciamo in Y; e quindi, con l'occhio posto sulla linea N K oltre K, l'immagine visibile dell'oggetto A, vista attraverso la rifrazione della superficie sferica B N, si troverà

IN Fig. 59. singe B N P jam non sphæram, sed aliam quamcunque curvam referre, sitque A commune punctum seu concursus incidentium radiorum, A N aliquis ex incidentibus, N K refractus ejus, & N C perpendicularis curvæ ad punctum refringens.

In hac N C quære intersectionem proximi alicujus perpendicularis, (qualis n C) ad aliud proximum punctum refringens insistentis, * (id quod alibi docebitur,) sitque ista intersectio C.

* In Tract. de Fluxionibus ab auctore nostro A. D. 1665, 1666, &c. scriptis.

Jam ductâ A C demitte ad radios A N, N K normales C D, C E, ac erige N R, N Q, quorum N R occurrat A C in R, sitque N Q ad N R ut N E ad N D, & acta Q C conveniet cum refracto N K in desiderato proximorum refractorum concursu Z.

Pag 141 - 154

Probatur ad modum præcedentis propositionis, & huic etiam consimilia corollaria & notæ competunt.

P R O P. XXXIV

Figuram determinare, quæ radios homogeneos, sive

NELLA FIGURA 59. Sia B N P non più la sfera, ma un'altra curva, e sia A il punto comune o convergenza dei raggi incidenti, A N uno qualunque degli incidenti, N K il suo rifrattore, & N C la curva perpendicolare che si rifrange al punto .

In questo N C, cerca l'intersezione della perpendicolare più vicina, (come n C) che rifrange un altro punto più vicino, * (che verrà insegnato altrove), e lascia che quell'intersezione sia C.

* Nei trattati sulle flussioni scritto dal nostro autore A. D. 1665, 1666, ecc.

Ora lasciamo che AC scenda ai raggi normali A N, N K C D, C E, ed eriga N R, N Q, il cui N R incontra AC in R, e sia N Q a N R come da N E a N D, e l'atto Q C incontrerà il ricostruito N K nel desiderato convergenza dei refrattari più vicini Z.

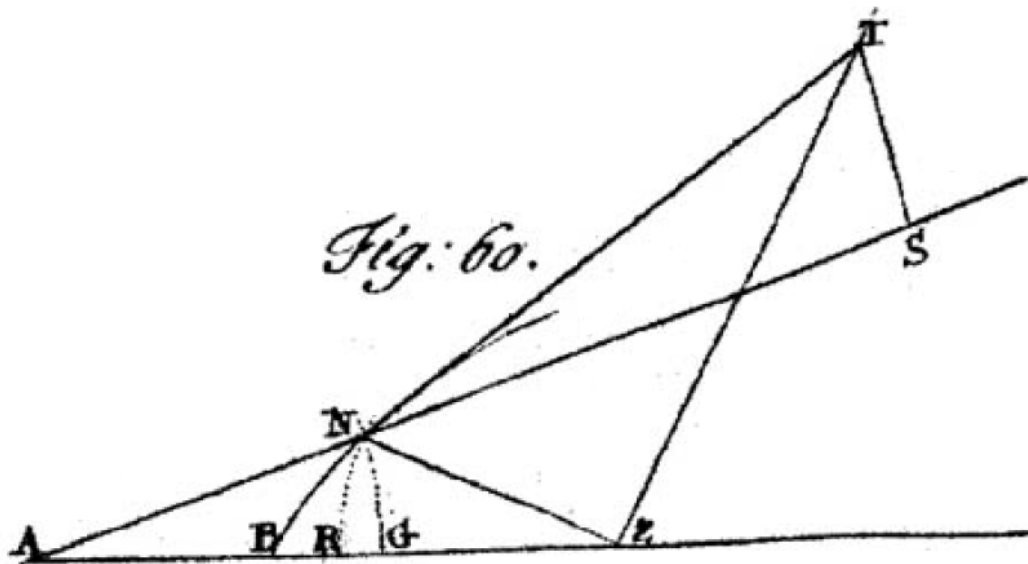
È dimostrato alla maniera della precedente proposizione, da questa simile aggiunta e da note corrispondenti

P R O P. XXXIV

Determinare la forma che rifrangerà i raggi omogenei,

parallelos, sive ad commune aliquod punctum terminatos, ita refringet, ut refracti omnes ad aliud datum punctum accurate conveniant.

paralleli o terminati in un punto comune, in modo che tutti i raggi rifratti si incontrino esattamente in un altro punto dato.



IN fig. 60. sit A concursus incidentium radorum, & Z refractorum, ac punctum aliquod B in rectâ A Z pro vertice curvæ ad arbitrium sumatur.

Ab illo B capiantur in lineâ B Z versus medium densius B G cujusvis longitudinis, & B R ratione ad B G quam habet sinus refractionis ad sinum incidentiæ.

Centrisque A & Z, & intervallis A G & Z R, describantur circuli se intersecantes in N, & ipsius N locus erit curva, quæ desideratam refractionem peraget.

NELLA FIGURA. 60. Sia A la convergenza dei raggi incidenti, e Z i raggi rifratti, e si prenda a piacere come vertice della curva un punto B della retta A Z.

Da quella B si prenda nella linea B Z verso il mezzo più denso B G di ciascuna lunghezza, & B R nel rapporto a B G che porta il seno di rifrazione al seno di incidenza.

Con i centri A e Z e gli intervalli A G e Z R si descrivono cerchi che si intersecano in N, e il luogo di N sarà la curva che eseguirà la rifrazione desiderata.

axem A Z positum transibit;
scilicet in fig. 61. agantur A B & Z
B, & in ipsis capiantur B G & B R ut
I ad R, describanturque circuii
concurrentes in N, eritque N ad
curvam, quam oportet describere.

2°. PRÆFATA problematis
resolutio, mutatis mutandis, se ad
omnes casus extendit, sive
incidentes aut refracti radii
convergant, divergant, vel existant
paralleli, sive refractio siat e
rariori medio in densius, vel e
densiori in rarius.

Et quidem, si radii ex neutrà parte
paralleli sint, i. e. si punctorum A
& Z neutrum sit ad infinitam
distantiam, curva B N erit aliqua
quatuor ellipsium quas Cartesius
in hunc usum descripsit in suâ
Geometriâ.

Sin alterutrum infinite distet, ita
ut radii punctum illud respicientes
evadant paralleli, curva erit conica
fectio, uti notum est: Et in hoc
casu, circulus R N vel S N propter
infinitam centri distantiam evadet
recta linea, ipsi A Z ad R vel G
perpendicularis.

Pag 143 - 156

qualunque punto B posto fuori
dell'asse A Z; cioè in fig. 61. Si
prendano A B e Z B, e si
prendano in essi B G e B R come
I a R, e si descriveranno i cerchi
convergenti su N, e N sarà la
curva che si deve descrivere.

2°. La suddetta risoluzione del
problema, mutatis mutandis, si
estende a tutti i casi, sia che i
raggi incidenti o rifratti
convergano, divergano o
esistano paralleli, sia che la
rifrazione sia da un mezzo più
raro a uno più denso, o da uno
più denso a uno più raro. uno.

E infatti, se i raggi sono paralleli
da entrambe le parti, i. e. se i
punti A e Z sono neutri a
distanza infinita, la curva B N
sarà una delle quattro ellissi che
Cartesio descrisse a questo
scopo nella sua Geometria.

Se l'altro è infinitamente
distante, tanto che i raggi
guardando in quel punto
diventano paralleli, la curva sarà
una sezione conica, come è
noto: Ed in questo caso, il
cerchio R N o S N, a causa della
distanza infinita dal centro,
diventerà una linea retta, a sua
volta A Z perpendicolare a R o G.

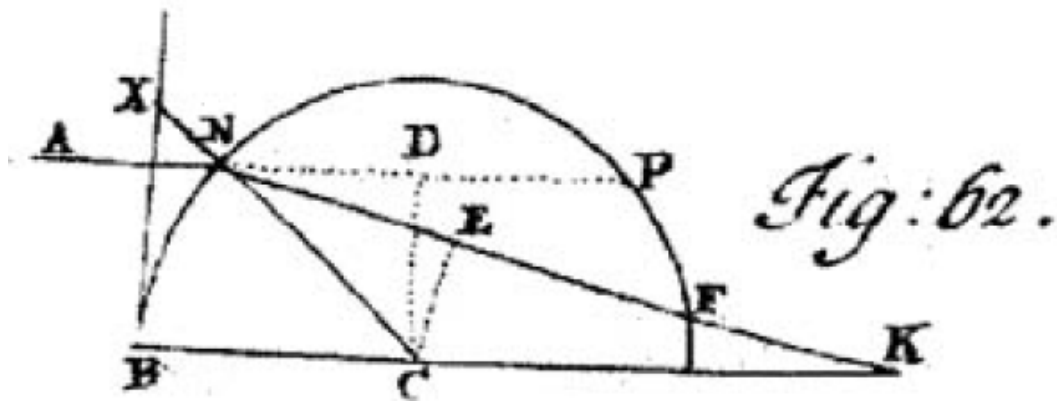
L E M M A X

E parallelis radiis ad circulum refractis, radorum illum determinare, cujus pars circulo inclusa datam habeat rationem ad partem refracti ejus eidem circulo inclusam.

Dai raggi paralleli rifratti ad un cerchio, determinare quel raggio la cui parte racchiusa dal cerchio ha un dato rapporto con la sua parte rifratta racchiusa dal cerchio stesso.

IN fig. 62 sit A N radius incidens, N K refractus, N P & N F partes eorum circulo inclusæ, C D & C E perpendiculara ad istas partes e centro circuli demissa, & B C semidiameter acta parallela ipsi A N, sitque C D. C E :: I. R, & N P. N F :: p. q.

NELLA FIGURA. 62 sia A N il raggio incidente, N K sia rifratto, N P & N F le loro parti incluse nel cerchio, C D & C E perpendicolare a queste parti discese dal centro del cerchio, & B C il semidiametro parallelo ad A N stesso, e sia C D. C E :: I. R, & N P. N F :: p. Q.



His positis, ut innotescat punctum N, quod radios A N & N K determinat, erige ad B C normalem B X, cujus quadratum sit ad B C quadratum, ut $\frac{q q - p p}{p p}$ ad $\frac{I I - R R}{I I}$, & acta C X secabit circulum in desiderato puncto N.

Posti questi, per individuare il punto N, che determina i raggi A N & N K, erigere a B C la normale B X, il cui quadrato è il quadrato a B C, in modo che $(q q - p p) / (p p)$ a $(I I - R R) / (I I)$, & acta C X taglierà il cerchio nel punto N desiderato

Est enim ex hypothesi $p. q :: (N P. N F ::) N D. N E, \& I. R :: C D. C E$; quare $\frac{q}{p} N D = N E \& \frac{R}{I} C D = C E$.

Perché è dall'ipotesi $p. q :: (N P. N F ::) N D. N E, \& I. R :: C D. C E$; pertanto $q/p N D = N E \& R/I C D = C E$

Porro, cum sit $N D q + C D q (= N C q) = N E q + C E q$, auser hinc inde $N D q + C E q \& restabit C D q - C E q = N E q - N D q$, hoc est substituendo valores ipsarum $C E \& N E$ modo inventos, $C D q - \frac{R R}{I I} C D q = \frac{q q}{p p} N D q - N D q$, & factâ reductione $\frac{I I - R R}{I I} C D q = \frac{q q - p p}{p p} N D q$, quo in proportionalitatem resoluta, sit $\frac{q q - p p}{p p} . \frac{I I - R R}{I I} :: (C D q. N D q ::) B X q. B C q$. Q. E. D.

Inoltre, poiché c'è $N D q + C D q (= N C q) = N E q + C E q$, l'austerità da qui $N D q + C E q \& rimarrà $C D q - C E q = N E q - N D q$, questo avviene sostituendo i valori di $C E \& N E$ appena trovati, $C D q - (R R)/(I I) C D q = (q q)/(p p) N D q - N D q$, & per riduzione $(I I - R R)/(I I) C D q = (q q - p p)/(p p) N D q$, che si risolve in proporzionalità, sia $(q q - p p)/(p p) . (I I - R R)/(I I) :: (C D q. N D q ::) B X q. B C q$. Q.E.D.$

Pag 144 - 157

P R O P. XXXV

Sole sphæram pellucidam illustrante, radorum ejus, post unam reflexionem emergentium maximam ad axem inclinationem determinare.

IN fig. 62. sit $B N K$ sphæra proposita, $B C Q$ diameter sive axis incidentibus radiis parallelus, $A N$ aliquis ex incidentibus, $N F$ refractus ejus, $F G$ reflexus, & $G R$ denuo refractus, & quærendus erit rmaximus angulorum, quos $R G$ cum axe $B Q$ potest conficere.

P R O P. XXXV

Quando il sole illumina una sfera trasparente, i suoi raggi, dopo una riflessione, emergono per determinare la maggiore inclinazione rispetto all'asse.

NELLA FIGURA. 62. sia $B N K$ una sfera proiettata, $B C Q$ il diametro o l'asse parallelo ai raggi incidenti, $A N$ uno degli incidenti, $N F$ la sua rifratta, $F G$ riflessa, & $G R$ rifratta ancora, e il maggior numero di angoli che $R G$ può formare con si cercherà l'asse $B Q$.

In quem sinem advertendum, quod in eo solo casu, ubi R G maxime inclinatur ad B Q, radii ipsi A N vicinissimi possunt emergere paralleli ad R G.

Nam in aliis casibus ex emergentibus sibi vicinissimis alii magis, alii minus continuo inclinatur ad B Q, adeoque aliquantulum inclinatur ad se invicem.

Advertendum est præterea, quod radii emergent paralleli, qui conveniunt ad punctum reflexionis.

Duc enim radium a n ipsi A N parallelum & quam proximum, sitque ejus refractus n f, reflexus f g, ac iterum refractus g r, & punctis F & f coincidentibus, cum anguli N F n & G F g sint æquales, & refractiones ad N, n & G, g similes, emergentes radii G R & g r æque paralleli erunt ac incidentes AN & a n.

Pag 145 - 158

QUÆRENDUS est itaque radius A N, cujus refractus cum refracto vicinissimi radii a n concurrat ad F.

Et quidem per corol. 3. prop. 32 (demissis a centro sphaeræ ad radios normalibus C D & C E, positoque I. R :: C D. C E) si radii

È da notare che nell'unico caso in cui R G è maggiormente inclinato verso B Q, i raggi A N più vicini possono emergere paralleli a R G.

Infatti in altri casi, degli emergenti più vicini tra loro, alcuni sono più, altri meno, continuamente inclini a B Q, e quindi sono un po' inclinati l'uno verso l'altro.

Da notare inoltre che emergono raggi paralleli, che si incontrano nel punto di riflessione.

Infatti il raggio da n sia parallelo allo stesso A N e il più vicino possibile, e sia rifratto n f, riflesso f g, e ancora rifratto g r, e con i punti F & f coincidenti, poiché gli angoli N F n & G F g sono uguali, e le rifrazioni a N, n & G, g simili, i raggi emergenti G R & g r saranno ugualmente paralleli e incidenti AN & a n.

Ciò che bisogna quindi cercare è il raggio A N, la cui rifrazione coincide con la rifrazione del raggio a n più vicino in F.

E proprio di Corol. 3. prop. 32 (scendendo dal centro della sfera ai raggi normali C D & C E, e ponendo I. R :: C D. C E) se

isti ad quodvis punctum Z
 concurrant, erit $I \times N F. R \times N P ::$
 $N Z. E Z :: N F. E F$ (puncto nempe
 Z ad ipsum F juxta hypothesin
 cadente) $:: 2. 1.$

Quare $I \times N F = 2 R \times N P$, & $I. 2 R :$
 $: N P. N F.$

Datur itaque ratio $N P$ ad $N F$, &
 inde per lem. 10. dabitur punctum
 N.

Scilicet ad verticem circuli ducatur
 tangens $B X$, cujus quadratum sit
 ad quadratum semidiametri $B C$,
 ut $4 R R - I I$ ad $I I - R R$, & agatur
 $C X$; hæc enim circulo occurret in
 N, & ex invento N cætera nullo
 negotio determinantur.

COROL. 1. HINC sit $3 R R. I I - R R$
 $:: C N q. N D q.$

Cum enim sit $4 R R - I I. I I - R R ::$
 $B X q. B C q$, componendo erit $3 R$
 $R. I I - R R :: (B X q + B C q. = C X.$
 $B C q : :) C N q. N D q.$

COROL. 2. EST & $I. 2 R :: N D. N$
 E.

Nam supra fuit $I. 2 R :: N P. N F$,
 & ex his expeditior evadit
 problematis resolutio.

SCHOL, UNA cum maximâ
 inclinatione radii $R G$, datur

questi raggi convergono in un
 punto qualsiasi Z, sarà $I \times N F. R \times$
 $N P :: N Z. E Z :: N F. E F$ (cioè il
 punto Z che cade in F stesso
 secondo l'ipotesi) $:: 2. 1.$

Quindi $I \times N F = 2 R \times N P$, & $I. 2 R$
 $:: N P. N F$

Il rapporto $N P$ e $N F$ è quindi
 dato, e quindi dal Lemma 10.
 verrà assegnato il punto N.

Naturalmente, la tangente $B X$ è
 tracciata nella parte superiore
 del cerchio, il cui quadrato è al
 quadrato del semidiametro $B C$,
 in modo che sia disegnato $4 R R$
 $- I I$ a $I I - R R$, e $C X$; poiché
 questo incontrerà il cerchio in N,
 e dalla scoperta di N il resto non
 sarà determinato in alcun modo.

AGG. 1. Qui sia $3 R R. I I - R R :: C$
 $N q. N D q.$

Poiché poiché è $4 R R - I I. I I - R R$
 $:: B X q. B C q$, combinandolo
 sarà $3 R R. I I - R R :: (B X q + B C$
 $q. = C X. B C q : :) C N q. N D q.$

AGG. 2. IS & $I. 2 R :: N D. N E.$

Perché sopra era $I. 2 R :: N P. N F$,
 e da questi la risoluzione del
 problema diventa più
 opportuna.

SCHOL, insieme all'inclinazione
 massima del raggio $R G$, è dato il

maximus arcuum F Q, ad refractos N F terminatorum.

massimo degli archi F Q, terminati nei refrattari N F

Pag 146 - 159

Nam angulus F C Q, quem F Q subtendit, est æqualis angulo, quem C F & A N comprehendunt; hoc est, æqualis dimidio anguli, quem R G & A N vel B Q comprehendunt: & proinde arcuum F Q, æque ac angulorum ab R G & B Q comprehensorum, maximus est, qui radio AN in punctum jam inventum incidente definitur.

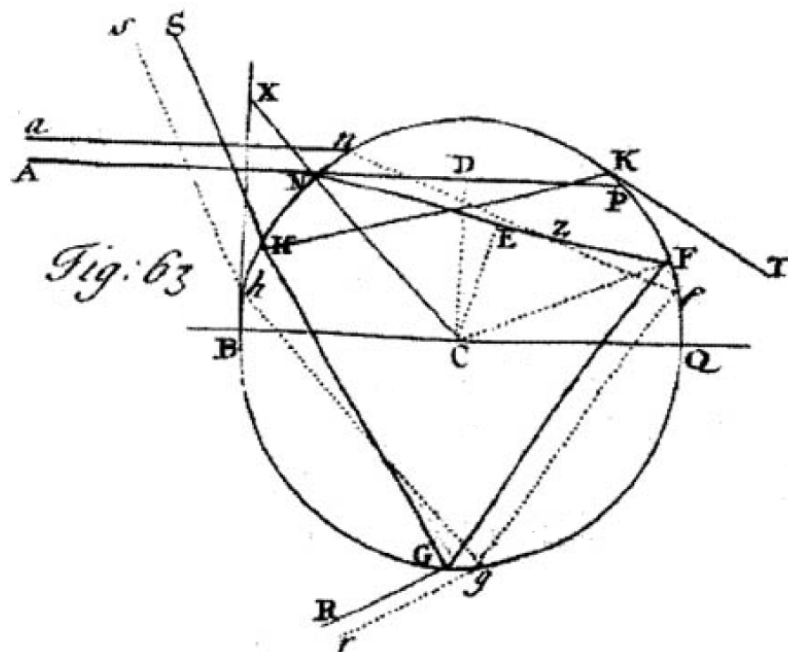
Infatti l'angolo F C Q sotteso da F Q è uguale all'angolo compreso da C F & A N; cioè pari alla metà dell'angolo che R G & A N o B Q comprendono: & pertanto degli archi F Q, uguali agli angoli compresi da R G & B Q, il maggiore è definito dal raggio AN incidente al punto già trovato.

P R O P. XXXVI

P R O P. XXXVI

Sole sphæram pellucidam B N P (fig. 63.) illustrante radiorum ejus post duas reflexiones emergentium minimam ad axem inclinationem determinare.

Illuminando con il sole la sfera trasparente B N P (fig. 63.), determinare l'inclinazione minima rispetto all'asse dei suoi raggi emergenti dopo due riflessioni.



SINT A N & A n radii duo incidentes sibi quam proximi, qui post duas reflexiones in F f & G g emergant secundum H S & h s: Et manifestum est, quod in eo solo casu, ubi angulus acutus, quem B Q & S H comprehendunt minimus est, radii illi H S & h s possunt esse paralleli, uti supra de radiis G R & g r dictum fuit; & ubi hoc accidit, radius etiam F G ad f g parallelus erit.

Unde 2 arc. F f = (arc. F f + G g = arc. F G - f g = arc. N F - n f =) arc. N n - F f.

Adeoque 3 arc. F f = arc. N n; & cum N F dividatur in Z in ratione istorum arcuum, sit patet, erit N Z = 3 Z F = 3 E z.

Cum itaque per corol. 3 prop. 32. sit $I \times N F. R \times N P :: N Z. E Z :: 3. 1$, erit $I \times N F = 3 R \times N P$, sive $I. 3 R :: N P. N F$.

Pag 147 - 160

Datur itaque ratio N P ad N F, & inde per lem. 10. dabitur punctum N, ducendo nempe B X, quæ circulum tanget in vertice B, & cujus quadratum sit ad B C quadratum ut $9 R R - I I$ ad $I I - R R$, & agendo C X, quæ occurret peripheriæ in N.

SIANO A N & A n i due raggi incidenti tra loro rispetto al più vicino, che emergono dopo due riflessioni in F f & G g secondo H S & h s: Ed è chiaro che in quell'unico caso, ove l'angolo acuto che B Q & S H comprende è il più piccolo, quei raggi H S & h s possono essere paralleli, come si è detto sopra dei raggi G R & g r; e quando ciò avverrà, anche il raggio F G sarà parallelo a f g.

Da qui 2 arco. F f = (arco. F f + G g = arco. F G - f g = arco. N F - n f =) arco. N n - F f.

Almeno 3 archi. F f = arco. N n e dividendo N F in Z nel rapporto di questi archi, è chiaro che N Z = 3 Z F = 3 E z.

Quando quindi da Corol. 3 prop. 32. sia $I \times N F. R \times N P :: N Z. E Z :: 3. 1$, sia $I \times N F = 3 R \times N P$, o $I. 3 R :: N P. N F$

Il rapporto N P e N F è quindi dato, e quindi dal Lemma. 10. Sarà dato un punto N, cioè tracciando B X, che toccherà il cerchio nel vertice B, e il cui quadrato è il quadrato di B C come $9 R R - I I$ a $I I - R R$, e facendo C X, che incontrerà la periferia a N.

Invento autem N, cætera facile determinantur.

COROL. 1. HINC est 8 R R. I I - R R :: C N q. N D q.

Nam 9 R R - I I. I I - R R :: B X q. B C q, & componendo 8 R R. I I - R R :: C X q. B C q :: C N q. N D q.

COROL. 2. EST etiam I. 3 R :: N D. N E, utpote cum supra fuerit I. 3 R :: N P. N F.

SCHOL. Ad eundem modum maxima radii K T, post tres reflexiones emergentis, inclinatio ad axem, juxta ac maximus arcuum Q G investigabitur.

Scilicet in eo casu F G & f g convenient ad G, eritque arc. F f = (arc. F G - f g = arc. N F - n f =) N n - F f, & inde 2 arc. F f = arc. N n & N Z = 2 Z F, adeoque 4. 1 :: N Z. E Z :: (per corol. 3 ad prop. 32) I. x N F. R x N P, sive I. 4 R :: N P. N F, & proinde per lem. 10, 16 R R - I I. I I - R R :: B X q. B C q, unde consecretur esse 15 R R. I I - R R :: C N q. N D Q, & I. 4 R :: N D. N E.

Pag 148 - 161

ATQUE ita, si radii post quatuor reflexiones emergentis, inclinatio minima desideratur, determinabis faciendo, ut sit 25 R R. I I - R R ::

Ora che ho trovato N, il resto è facilmente determinabile.

AGG. 1. QUI è 8 R R. I I - R R :: C N q. N D q.

Per 9 R R - I I. I I - R R :: B X q. B C q, & combinando 8 R R. I I - R R :: C X q. B C q :: C N q. N D q.

AGG. 2. È anche I. 3 R :: N D. N E, da quando era sopra I. 3 R :: N P. N F

SCUOLA Allo stesso modo verrà indagato il raggio massimo K T, dopo tre riflessioni emergenti, l'inclinazione rispetto all'asse, prossima al massimo degli archi Q G.

Naturalmente, in quel caso F G & f g concordano con G, e sarà arco. F f = (arco. F G - f g = arco. N F - n f =) N n F f, e quindi 2 arco. F f = arco. N n & N Z = 2 Z F, quindi 4. 1 :: N Z. E Z :: (dal coroll. 3 alla prop. 32) I. x N F. R x N P, oppure I. 4 R :: N P N F, e quindi da lem. 10, 16 R R - I I. I I - R R :: B X q. B C q, donde segue che 15 R R. I I - R R :: C N q. N D Q, & I. 4 R :: N D. N E.

E così, se si desidera l'inclinazione minima del raggio che emerge dopo quattro riflessioni, la determinerai facendo in modo che sia 25 R R. I

B X q. B C q, vel 24 R R. I I - R R : :
C N q. N D q.

Et I. 5 R : : N D. N E, & sic
præterea in infinitum.

TRANSACTIS refractionibus
homogeneorum radiorum, jam
restat, ut heterogeneos
conferamus.

De horum ad plana refractionibus
paulo fusius agebamus, ut eo
prismatum (quorum usus in
experimentis faciendis posthac
erit frequentissimus) affectiones
innotescerent.

Præcipuum vero, quod circa
curvas superficies jam
determinandum occurrit, est
quantitas erroris radiorum, a quo
oritur confusio, sive indistincta
visio objectorum, quæ in
telescopiis per nimiam vitri,
objectum respicientis, aperturam
evenire solet.

Et in hunc sinem cum præmissa
sit prop. 31, unde errores
innotescunt, qui in sphericis
superficiebus per ineptitudinem
figuræ efficiuntur: sequentem jam
subjungimus, quæ errores ex
inæquali refrangibilitate
diversorum radiorum orti,
determinari possunt.

I - R R : : B X q. B C q, o 24 R R. I I
- R R : : C N q. N D q.

E I. 5 R : : N D. N E, in questo
modo sino all'infinito.

Avendo trattato delle rifrazioni
dei raggi omogenei, resta ora da
confrontare quelli eterogenei.

Di questi ci siamo occupati un
po' più da vicino dei piani di
rifrazione, in modo che possano
conoscere l'affetto dei prismi (il
cui uso sarà in seguito più
frequente negli esperimenti).

La cosa più importante, però, da
determinare sulle superfici
curve, è la quantità dell'errore
dei raggi, da cui nasce la
confusione, o visione indistinta
degli oggetti, che solitamente
avviene nei telescopi per
l'eccessiva apertura del vetro. ,
l'oggetto visualizzato.

E in questo seno quando prop.
31, da cui si conoscono gli errori
che si producono nelle superfici
sferiche per l'ineptitudine della
figura: abbiamo già aggiunto
quanto segue, che si possano
determinare gli errori che
nascono dalla disuguale
rifrazione dei diversi raggi.

N I, C N P, & C N T fere esse ut eorum sinus.

Sit ergo I communis sinus incidentiæ, P sinus refractionis radiorum maxime refrangibilium, ac T sinus ille minime refrangibilium.

Erit ang. C N I. ang. C N P :: I. P, & ang. C N P. ang. C N T :: P. T, ac divisim ang. I N P. ang. C N P :: P - I. P, & ang. C N P. ang. P N T :: P. P - T, & ex æquo, ang. I N P. ang. P N T :: P - I. P - T.

SUME jam arcum B M æqualem arcui B N, & radiorum secundum A M incidentium duc refractos M F, m f, prioribus occurrentes in V & X.

Age V X, & produc donec occurrat incidentibus radiis ad G & H, & patet V X esse latieudinem minimi spatii, in quod omnes radii congregari possunt.

Estque G X. V X :: (ang. G N X ang. V N X proxime :: ang. I N P. ang. P N T ::) P - I. P - T, & G H + V X (2 G X). V X :: 2 P - 2 I. P - T, ac divisim G H. V X :: P + T - 2 I. P - T.

Pag 150 - 163

assumendo che gli angoli C N I, C N P e C N T siano quasi come il loro seno.

Sia quindi I il seno comune di incidenza, P il seno di rifrazione dei raggi più rifrattabili, e T quello dei meno rifrattabili.

Sarà ang C N I. ang. C N P :: I. P, & ang. C N P. ang. C N T :: P. T, e diviso in ang. I N P. ang. C N P :: P - I. P, & ang. C N P. ang. P N T :: P. P - T, & ex æquo, ang. I N P. ang. P N T :: P - I. P - T

Ora prendi l'arco B M uguale all'arco B N, e dei raggi secondo l'incidente A M traccia i rifratti M F, m f, incontrando il primo in V & X

Sia prodotto 5 X finché non incontra i raggi incidenti in G e H, ed è chiaro che 5 X è la larghezza dello spazio più piccolo in cui tutti i raggi possono essere raccolti.

E c'è G X. V X :: (ang. G N X ang. V N X approssimativamente :: ang. I N P. ang. P N T ::) P - I. P - T, & G H + V X (2 G X). V X :: 2 P - 2 I. P - T, e nella divisione G H. V X :: P + T - 2 I. P - T

Unde datis P, T, I, dabitur ratio G H ad V X.

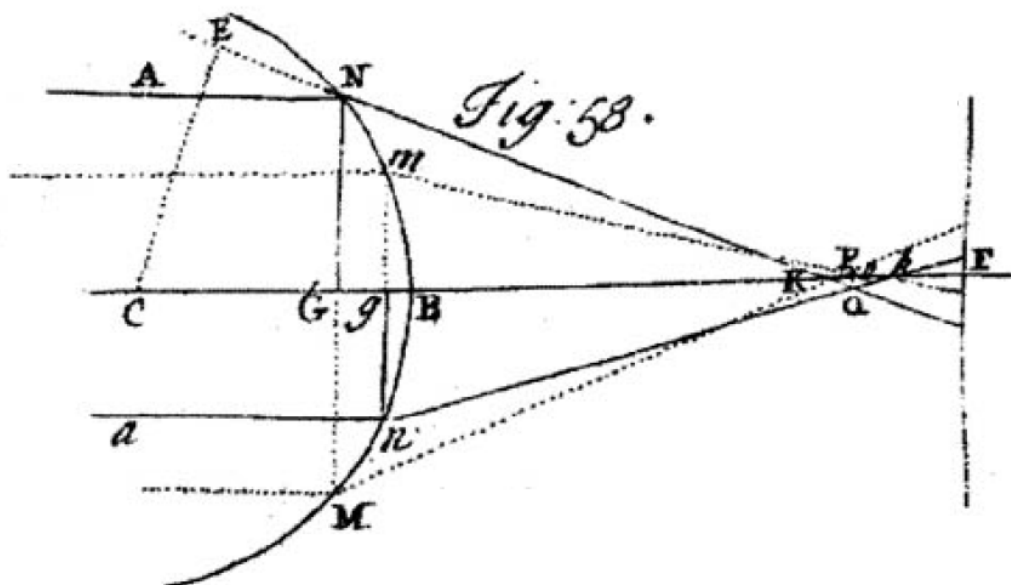
Quindi, dati P, T, I, sarà dato il rapporto G H e V X.

Ex. gr. Cum supra determinaverim, quod ad vitrum aeri conterminum sit I. $P :: 44 \frac{1}{2} . 69 \frac{1}{2}$, & I. $T :: 44 \frac{1}{2} . 68 \frac{1}{2}$, si assumatur $I = 44 \frac{1}{2}$, erit $P = 69 \frac{1}{2}$, ac $T = 68 \frac{1}{2}$, & $P + T - 2 I = 49$, & $P - T = 1$, adeoque $G H . V X :: 49 . 1$, circiter.

Ex. gr. Come ho stabilito sopra, che al vetro del bicchiere l'aria dovrebbe essere I. $P :: 44 \frac{1}{2} . 69 \frac{1}{2}$, & $T :: 44 \frac{1}{2} . 68 \frac{1}{2}$, se si assume $I = 44 \frac{1}{2}$, sarà $P = 69 \frac{1}{2}$, e $T = 68 \frac{1}{2}$, & $P + T - 2 I = 49$, & $P - T = 1$, e quindi $G H 5 X :: 49 . 1$, circa.

SCHOL. Ope hujus & prop. 31, errores homogeneorum radiorum, qui in sphæricis superficiebus per figuræ ineptitudinem obveniunt ; cura heterogeneorum erroribus conferri possunt, & constabit hosce longe majores esse in parvis sphærarum portionibus: Atque adeo heterogeneitatem Lucis & non ineptitudinem figuræ sphæricæ in causâ esse, quod telescopia in majorem perfectionis gradum nondum promotâ habeamus.

SCUOLA Con l'aiuto di questo e prop. 31, gli errori dei raggi omogenei, che si verificano su superfici sferiche per l'ineptitudine della figura; si può contribuire alla cura degli errori eterogenei, e si vedrà che questi sono molto maggiori in piccole porzioni delle sfere: E l'eterogeneità della luce e l'inadeguatezza della figura sferica sono la causa del fatto che non abbiamo ancora portato i telescopi a un grado di perfezione maggiore.



CONCIPIAMUS e. g. quod N M B in figuris 58 & 64 referat objectivum vitrum telescopii, cujus anterior superficies N M plana sit, eo ut radios in posteriori seu sphaerica superficie N B M solummodo refringat, & ponamus C B semidiametrum hujus sphaerae esse 10 pedes, ut telescopium fere 20 pedes sive 240 digitos longum conficiat, sitque apertura N M 2 dig. quanta maxima cum visione fatis distincta adhibeatur in hujusmodi telescopiis, quae objectum quasi 70 vel 80 vicibus ampliant, & sinus incidentiae sit ad sinum refractionis, in confinio vitri & aeris peractae, ut 11 ad 17 circiter, prout supra determinavimus.

Pag 151 - 164

His positis scribendum est 120 pro a, 1 pro y, 11 pro I, & 17 pro R, in valore ipsius P Q, quem exhibuimus in corol. 7. prop. 31, hoc est in termino

$$\frac{* R y^3}{4 l a a}, \& \text{ emergit } \frac{** 17 \text{ dig.}}{4 \times 11 \times 11 \times 120 \times 120}$$

$$\text{five } \frac{17 \text{ dig.}}{633600} = P Q, \text{ estque hic}$$

error lateralis homogeneorum radiorum, ortus ab ineptitudine figurae sphaericae.

$$\frac{* R R y^3}{4 l l a a} \cdot \frac{** 17 \times 17 \text{ dig.}}{4 \times 11 \times 11 \times 120 \times 120} \text{ five } \frac{289 \text{ dig.}}{6969600} = P Q.$$

Concepiamolo G. che N M B nelle figure 58 e 64 si riferisce al vetro obiettivo del telescopio, la cui superficie anteriore N M è piana, sicché rifrange i raggi solo sulla superficie posteriore o sferica N B M, e supponiamo che C B sia il semidiametro di questa sfera 10 piedi, in modo che il telescopio sia lungo circa 20 piedi o 240 pollici, sia finito e l'apertura sia N M 2 pollici. quanto maggiore si dovrebbe usare con la visione distinta del destino in telescopi di questo tipo, che ingrandiscono l'oggetto per così dire 70 o 80 volte, e l'angolo di incidenza dovrebbe essere uguale all'angolo di rifrazione, al confine del vetro e aria, circa dalle 11 alle 17, come abbiamo determinato sopra.

Posti questi, dobbiamo scrivere 120 per a, 1 per y, 11 per I e 17 per R, nel valore di P Q, che abbiamo mostrato in corol. 7. Prop. 31, questo è nel termine

$$\frac{* R y^3}{4 l a a}, \& \text{ emergit } \frac{** 17 \text{ dig.}}{4 \times 11 \times 11 \times 120 \times 120}$$

$$\text{five } \frac{17 \text{ dig.}}{633600} = P Q, \text{ e questo è}$$

l'errore laterale dei raggi omogenei, derivante dall'ineptitudine della figura sferica.

$$\frac{* R R y^3}{4 l l a a} \cdot \frac{** 17 \times 17 \text{ dig.}}{4 \times 11 \times 11 \times 120 \times 120} \text{ five } \frac{289 \text{ dig.}}{6969600} = P Q.$$

Præterea concipiamus radios AN & A M in fig. 64. esse parallelas, & erit apertura N M = 2 dig. = G H, quæ est ad V X ut 49 ad 1, per precedent.

Hoc est, $V X = \frac{2}{49}$ dig. five error, qui oritur ex separatione radiorum heterogeneorum ab invicem in eodem loco concursus erit $\frac{2}{49}$ dig.

Confer jam hos errores, & patebit V X esse ad P Q, (seu $\frac{2}{49}$ ad $\frac{2}{49}$) ut ^a1267200 ad ^b833, sive ut ^c1521 ad 1 circiter.

$$\frac{\dagger 289}{6969600}, \quad \text{a } 13939200, \quad \text{b } 14161, \quad \text{c } 984.$$

Error quidem V X, cum sit $\frac{2}{49}$ dig. tantus est, ut miror, quod objecta per hujusmodi telescopia tam distincte videri possint.

Pag 152 - 165

Sed alterius generis error P Q sive $\frac{* 17}{633600}$ dig. i. e. $\frac{** 1}{37271}$ dig. circiter longe minor est, quam qui potest esse sensibilis, & proinde negligendus; & indistincta visio erroribus ex heterogeneitate lucis exortis solummodo tribuenda.

$$\frac{* 289}{6969630} \quad \frac{** 1}{24116}$$

Et hinc patet perfectionem telescopiorum non e conicis

Concepiamo inoltre i raggi AN & A M in fig. 64. essere parallelo e l'apertura sarà N M = 2 pollici. = G H, che sta a V X come 49 a 1, per precedente.

Cioè, $5 X = \frac{2}{49}$ pollici. cinque errori, che derivano dalla separazione di raggi eterogenei tra loro nello stesso punto di convergenza, saranno $\frac{2}{49}$ di pollice.

Ora confrontiamo questi errori e sarà chiaro che V X sta a P Q (o $\frac{2}{49}$ sta a $\frac{2}{49}$) come a1267200 sta a b833, o come c1521 sta a 1 approssimativamente.

$$\frac{\dagger 289}{6969600}, \quad \text{a } 13939200, \quad \text{b } 14161, \quad \text{c } 984.$$

L'errore è effettivamente $5 X$, poiché è $\frac{2}{49}$ pollici. è così grande che mi meraviglio che gli oggetti possano essere visti così distintamente attraverso telescopi di questo tipo.

Ma l'errore di altro tipo P Q o $\frac{* 17}{633600}$ dig. io. e. $\frac{** 1}{37271}$ pollici è molto meno di ciò che può essere sensato, e quindi da trascurare; e la visione indistinta è da attribuire solo ad errori derivanti dall'eterogeneità della luce.

$$\frac{* 289}{6969630} \quad \frac{** 1}{24116}$$

E da ciò è chiaro che la perfezione dei telescopi non va

sectionibus petendam esse, sed figuras sphæricas huic usui æque inservire posse.

In microscopiis quidem errores homogeneorum radiorum, ex sphæricâ superficie vitri objectivi, propter aperturam bene magnam, enormes oriuntur & admodum sensibiles; adeo ut illa vitra, si secundum conicam aliquam sectionem debite formarentur, paulo perfectiora evaderent.

Sed †methodus tamen me non latet corrigendi errores illos absque conicis sectionibus, & efficiendi ut vitra e sphæricis superficiebus formari possint, quæ radios homogeneos fatis accurate refringent, ne dicam, quæ longe accuratius refringent obliquos radiorum penicillos, quam vitra aliis quibuscunque figuris terminata; adeo ut sphæricas superficies usibus dioptrics, præ cæteris omnibus accommodatas esse censeam.

† *Nempe si perspicillorum vitra objectiva ex vitris duobus sphæricis figuratis & aquam inter se cludentibus constantur. Vid. Newtoni Princip. Schol. ad prop. ult. Lib. 1. Et Opt. prop. 7. Part. 1. Lib. 1.*

ricercata nelle sezioni coniche, ma che a questo scopo possono servire ugualmente le figure sferiche.

Nei microscopi infatti gli errori dei raggi omogenei, provenienti dalla superficie sferica del vetro dell'obiettivo, a causa dell'apertura molto grande, insorgono enormemente e sono molto percettibili; tanto che quei bicchieri, se fossero debitamente formati secondo qualche sezione conica, risulterebbero un po' più perfetti.

Ma †il metodo per correggere quegli errori senza sezioni coniche, e per rendere possibile la formazione di vetri da superfici sferiche, che rifrangono esattamente i raggi omogenei del destino, per non dire, che rifrangono molto più esattamente i pennelli obliqui dei raggi, che occhiali terminati con altre forme, non mi sfugge. tanto che ritengo le superfici sferiche adatte soprattutto all'uso delle diottriche.

† Certamente, se i vetri obbiettivi degli spioncini sono costituiti da due vetri di forma sferica e chiudono l'acqua tra di loro. Vedere Principio di Newton Scolastico. puntellare. ultimo. Lib. 1. E opz. puntello. 7. Parte. 1.Lib. 1.

Parte Prima

De refractionibus
curvarum superficierum

FINE Sezione IV

Opticæ