



OPTICES

LIBER SECUNDUS.

PARS IV.

*Observationes circa reflexiones & colores laminarum crassarum,
pellucentium & politarum.*



ULLUM est vitrum aut speculum, quantumvis perpolitum, quin, præter lumen quod id refringit vel reflectit regulariter, dispergat insuper quoquoversus lumen quoddam debile; per quod polita ejus facies, quum radio Solis in cubiculum tenebricosum immisso sit illuminata, facile in omnibus oculi positionibus cerni queat. Sunt au-

Ff tem

tem luminis hujusce quaquaversum dispersi phænomena quædam, quæ, cum ea primum observarem, magnam quidem mihi moverunt admirationem. Quæ observaverim, hujusmodi erant.

OBSERVATIO I.

Quum Sol in cubiculum meum tenebricosum per foramen $\frac{5}{7}$ uncia latum colluceret, radium luminis intromissum excepti ad perpendicularum speculo vitreo concavo-convexo, tornato ad sphaeram pedes quinque unciasque undecim semidiametro complectentem, & argentum vivum convexa sui facie obrecto. Tum tenens chartam albam opacam, sive chartæ scapum, in centro sphaerarum ad quas tornatum erat speculum; hoc est, intervallo circiter pedum quinque & unciarum undecim a speculo; tali nimirum in positu, ut radius luminis antedictus in cubiculum tenebricosum immissus, per exiguum deinceps foramen, quod esset in medio chartæ, transmitteretur ad speculum, indeque ad idem rursus foramen reflecteretur: chartam, inquam, ita tenens, observavi in ea quatuor vel quinque irides concentricas, sive colorum annulos, arcus cœlestis speciem habentes, & foramini jam dicto circumdatas; eodem fere modo ac annuli illi, qui in quarta & sequentibus observationibus primæ partis hujus secundi libri inter bina vitra objectiva visi sunt, ambiebant maculam suam nigram: erant tamen hi annuli, quam illi, largiores dilutioreque. Jam quidem hi annuli, pro eo ut in amplitudinem se laxabant, dilutiores adhuc languidioresque evadebant; adeo ut eorum quintus, sub sensum vix caderet: nonnunquam tamen, cum Sol valde clarus colluceret, erant porro sexti annuli atque etiam septimi languida quædam indicia. Siquando charta distaret a speculo, intervallo multo majori multove minori sex pedum; tum annuli diluti continuo, & evanidi sunt facti. Item si speculum distaret a fenestra, intervallo multo majori quam
sex

sex pedum; reflexus luminis radius adeo latus continuo erat factus, intervallo sex pedum a speculo, quo in loco annuli videlicet apparebant, ut annulorum interiorum unus vel alter, ampliata illa radii reflexi latitudine obscuraretur. Quamobrem speculum, intervallo circiter sex pedum a fenestra, collocare solitus sum; ut adeo apud ipsam fenestram focus vitri incurreret in centrum concavitas suæ ad annulos super charta. Atque hæc quidem semper existimanda est positio speculi, in sequentibus observationibus; nisi siquando alia aliqua nominatim exprimat.

OBSERVATIO II.

Colores harum iridum succedebant invicem a centro extrorsum, eadem specie & ordine, ac illi qui in nona observatione primæ partis hujus libri in binis vitris objectivis, non utique reflexu luminis, sed transmissu, visi sunt. Nam primo, in communi horum annulorum centro, macula erat alba, rotunda, debili lumine, latiorque aliquanto quam ipse reflexus luminis radius: qui porro radius reflexus, incidebat interdum in mediam illam maculam; interdum autem, parva inclinatione speculi, recedebat a medio maculæ, eamque ad usque centrum albam conspicendam reliquit.

Maculam illam albam proxime ambiebat color leucophæus fuscior: cui successerunt colores primæ iridis. Erant autem hi, ab interiore sui parte, proxime colorem leucophæum, violaceus & indicus parva portione: deinde cæruleus; qui ab exteriori sui parte pallecebat, desinitque in flavum exiguum viridescentem: cui porro successit flavus clarior; eique demum, ab exteriori iridis limite, ruber; qui ab exteriori sui parte purpurascebat.

Primam hanc iridem proxime ambiebat secunda: cujus colores ab intima sui parte extrorsum, hoc erant ordine dispositi; purpureus, cæruleus, viridis, flavus, ruber cla-

rior, ruber purpurascens.

Huic succedebant proxime colores tertiæ iridis: qui erant ordine extrorsum numerati, viridis purpurascens, viridis bonus, & ruber clarior quam præcedentis iridis.

Irides quarta & quinta, videbantur ab interiore sui parte colorem habere viridem subcæruleum; ab exteriori rubrum. Verum in hisce, colores adco evanidi erant facti, ut discerni vix potuerint.

OBSERVATIO III.

Dimensus horum annulorum diametros quam potui accuratissime super charta, inveni illas quoque eandem inter se proportionem habere, ac annulorum in binis vitris objectivis lumine transmissio exhibitorum. Etenim diametri annulorum quatuor primorum lucidorum, dimensæ qua parte clarissimæ erant ipsorum orbitæ, intervallo sex pedum a speculo, fuerunt $1\frac{11}{16}$, $2\frac{7}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{7}{8}$ uncia; quorum quidem numerorum quadrata, sunt in progressionem arithmetica numerorum 1, 2, 3, 4. Quod si macula alba rotunda, quæ est in medio, annumeretur una cum annulis; ejusque lumen in centro, ubi id clarissimum esse videtur, habeatur pro annulo infinite parvo; jam annulorum diametrorum quadrata, erunt in progressionem 0, 1, 2, 3, 4, &c. Porro, dimensus obscurorum quoque annulorum, inter lucidos illos interjacentium, diametros; inveni earum quadrata in progressionem esse numerorum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, &c. Quippe diametri primorum quatuor ex his annulis, intervallo sex pedum a speculo, erant $1\frac{1}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{7}{16}$ uncia. Quod si charta & speculum majori minoreve quam diximus, inter se distarent intervallo; utique & diametri circulorum majores minoreve erant factæ, simili proportionem.

OBSER-

OBSERVATIO IV.

Ex proportionum similitudine, quæ erat inter hosce annulos, & illos quos in observationibus primæ partis hujus libri descripsimus; suspicatus sum multo plures forte in speculo inesse posse hujusmodi annulos, in se invicem diffusos, & quorum adeo colores mutua commixtione confusi invicem & ita diluti essent facti, ut separatim cerni haud possent. Quocirca eos per prisma inspexi; quomodo illos in 24^{ta} observatione primæ partis hujus libri feceram. Cumque prisma ita mihi esset collocatum, ut id refractione sua lumen colorum inter se permixtorum separaret, annulosque a se invicem distingueret; quomodo in 24^{ta} illa observatione fecerat: utique annulos multo tum, quam antea, distinctius cernere poteram; atque etiam numerare eos facile ad octo vel novem, nonnunquam etiam ad duodecim vel tredecim. Quod nisi lumen ipsorum adeo debile fuisset; equidem nihil dubito quin multo etiam adhuc plures discernere potuissem.

OBSERVATIO V.

Cum in fenestra prisma collocassem, quo intromissus luminis radius refringeretur, adeoque oblonga colorum imago in speculum projiceretur; speculum deinceps obtexi charta nigra, in qua foramen esset, per quod colorum unus quilibet transmitti posset ad speculum, interea dum reliqui omnes charta interciperentur. Jamque vidi annulos eo solo colore, qui utique in speculum incideret. Si speculum illuminaretur colore rubro; annuli ex toto erant rubri, cum intervallis tenebrosis: si colore cæruleo; annuli ex toto erant cærulei; & similiter in cæteris coloribus. Cumque annuli uno aliquo colore ita essent facti; quadrata diametrorum suarum, dimensarum qua parte orbitæ ipsorum

rum clarissimæ essent, erant in progressionem arithmetica numerorum 0, 1, 2, 3, 4: & quadrata diametrorum intervallo-
 rum suorum obscurorum, erant, in progressionem nume-
 rorum intermediarum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$. Verum si color mu-
 taretur, mutabatur itidem & magnitudo annulorum. In
 colore rubro, annuli erant largissimi; in indico & viola-
 ceo, minimi; inque coloribus intermediis, flavo, viridi,
 & cæruleo, intermediis itidem erant annuli magnitudini-
 bus, ad colorem nimirum respondentibus; hoc est, in co-
 lore flavo majores erant quam in viridi, inque viridi ma-
 jores quam in cæruleo. Atque hinc quidem illud intelle-
 xi; cum speculum albo lumine illuminatum esset, utique
 colores rubrum & flavum in exteriori parte annulorum ex-
 hibitos esse per radios minime refrangibiles, cæruleum au-
 tem & violaceum per radios maxime refrangibiles: item co-
 lores cujusque annuli diffusos esse utroque in colores an-
 nulorum sibi utrinque adjacentium, quomodo supra
 in prima & secunda parte hujus libri expositum est; mu-
 tuaque sui permixtione inter se, adeo dilutos esse factos,
 ut discerni invicem haud possent, nisi propius a centro
 ubi minus essent commixti. Etenim in hac observatione
 annulos distinctius, & majori etiam numero, quam an-
 tea, discernere potui; utique ad octo vel novem in flavo
 lumine, præter languidum quoddam indicium decimi. Jam
 autem ut id porro invenirem, quantum in se invicem dif-
 funderentur & commixti essent annulorum diversorum colo-
 res; dimensus sum diametros annulorum secundi & tertii; in-
 venique eas, cum annuli illi exhiberentur in confinio co-
 lorum rubri & aurei, eam habere proportionem ad dia-
 metros eorundem annulorum in confinio cærulei & indici
 exhibitorum, quam habent 9 ad 8, præterpropter: difficile
 enim erat hanc proportionem definire accurate. Item cir-
 culos, quos in eodem annulo exhiberent ordine colores ru-
 ber, flavus & viridis; plus inter se differre magnitudine,
 quam quos per eandem vias exhiberent viridis, cæruleus,
 &

& indicus: nam circulus quidem violaceus, tenebrosior erat quam ut sensu percipi posset. Ut igitur calculum inceptum perfequamur; ponamus differentias diametrorum circulo- rum, quos exhibent sua quisque vice colores ruber extre- mus, confinium rubri & aurci, confinium aurci & flavi, confinium flavi & viridis, confinium viridis & cærulei, con- finium cærulei & indici, confinium indici & violacei, & violaceus extremus; eadem esse proportione inter se, ac sunt differentie longitudinum monochordi earum, quæ so- nent notas illas in octava, *sol, la, fa, sol, la, mi, fa, sol*; hoc est, ac sunt numeri $\frac{1}{9}, \frac{1}{18}, \frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{27}, \frac{1}{27}, \frac{1}{18}$. Quod si jam diameter circuli illius, quem exhibet confi- nium colorum rubri & aurci, sit 9 A; diameter autem ejus circuli, quem exhibet confinium cærulei & indici, sit 8 A; ut est supra dictum: utique differentia ipsarum, 9 A—8 A, ad differentiam diametrorum circulo- rum illorum, quos exhibent ruber extremus & confinium rubri atque au- rei; erit ut $\frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{9}$; hoc est, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{1}{9}$, vel 8 ad 3: ad differentiam autem diametrorum circulo- rum illorum, quos exhibent violaceus extremus & confini- um cærulei atque indici; erit ut $\frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{27} + \frac{1}{18}$; hoc est, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{5}{54}$, vel 16 ad 5. Quamob- rem hæ differentie, erunt $\frac{3}{8}$ A & $\frac{5}{16}$ A. Quarum jam primam adde ad 9 A, & posteriorem subduc de 8 A; ha- bebisque diametros circulo- rum illorum, quos exhibent radii minime maximeque refrangibiles, nempe $\frac{75}{8}$ A & $\frac{61\frac{1}{2}}{8}$ A. Sunt igitur hæ diametri inter se, ut 75 ad $61\frac{1}{2}$, vel 50 ad 41; earumque quadrata, ut 2500 ad 1681, hoc est, ut 3 ad 2 quamproxime. Quæ quidem proportio non distat à propor- tione diametrorum circulo- rum illorum, quos exhibuerunt colo- res ruber & violaceus extremi in 13^{ta} observatione primæ partis hujus libri.

OBSERVATIO VI.

Cum oculum meum collocassem eo in loco, ubi annuli videbantur manifestissimi; speculi faciem conspicatus sum colorum fasciis undatam, (rubris, flavis, viridibus, cæruleis;) illarum similibus, quæ in observationibus primæ partis hujus libri inter bina vitra objectiva & in aquæ bullis visæ sunt; at amplioribus multo. Item hæ, eodem modo ac illæ, pro variis oculi positionibus, magnitudine varia videbantur; dilatantes se ac contrahentes, pro eo ut oculum meum ultro citroque moverem. Specie ac forma erant arcuum circularum concentricorum, sicuti & illæ; cumque oculus meus positus esset ex adverso centri concavitate speculi, (quod erat scilicet intervallo pedum 5 & unciarum 10 a speculo,) centrum ipsarum commune in eadem erat linea recta cum centro illo concavitate, & cum foramine in fenestra. Verum in aliis oculi positionibus, centrum ipsarum alias itidem habebat positiones. Apparebant porro per lumen nubium propagatum ad speculum per foramen in fenestra: cumque Sol per id foramen colluceret speculo, lumen ejus in speculo illum semper habebat colorem, qui esset annuli in quem id incideret; verum nimio splendore suo obscurabat id annulos istos lumine nubium exhibitos, nisi quando speculum adeo longe admodum distaret a fenestra, ut Solis lumen super eo valde latum esset & languidum. Denique, cum oculi positionem variarem; eumque ultro citroque, propius longiusve a directo Solis luminis radio, moverem; color reflexi luminis Solis super speculum perpetuo variabatur eodem modo, ac super oculum meum; eodem nimirum colore se super oculum meum spectatori cuivis adstanti semper se exhibente, qui mihi ipsi in speculo videretur. Atque hinc quidem intellexi, annulos colorum illos, quos in charta videram, effectos utique fuisse ex his reflexis coloribus, propagatis nimirum a speculo ad chartam in diversis angulis;

angulis ; illorumque productionem , ex terminatione luminis atque umbræ neutiquam pendere.

OBSERVATIO VII.

Ex mira similitudinum proportione , quæ erat hisce omnibus phænomenis cum illis annulorum coloratorum supra in prima parte hujus libri descriptorum ; videbantur mihi hi colores generari in crassa vitri lamina eodem fere modo , ac illi in lamellis valde tenuibus. Etenim experiundo comperiebam , si argentum vivum de posteriore speculi facie defricum esset , vitrum nudum eisdem usque annulos exhibere , licet eos multo quidem languidiores quam antea : & consequenter phænomenon hoc non pendere ex argento vivo ; nisi quatenus id , augendo reflexionem posterioris vitri faciei , adaugeat itidem lumen annulorum coloratorum. Comperi insuper , speculum metallicum sine vitro , ad usus opticos ante hos aliquot annos factum , & optime perpolitum , nullos hujusmodi annulos exhibuisse. Indeque id intellexi , utique annulos hosce non oriri ex una sola superficie speculari ; sed pendere ex ambabus superficiebus laminæ vitræ in speculum adhibitæ , & ex eo quantæ esset crassitudinis ista lamina. Sicut enim , in 7^{ma}. & 19^{na}. observationibus primæ partis hujus libri tenuis lamella aeris , aquæ , aut vitri , quæ æquabili esset crassitudine , colorem alium exhibebat quum radii sibi essent perpendiculares ; alium , quum ii aliquantum obliqui essent ; alium , quum obliquiores ; alium , quum adhuc obliquiores ; & sic deinceps : ita hic , in sexta observatione hujus partis , radii qui emerferunt e vitro in diversis obliquitatibus , effecerunt , ut id diversos colores exhiberet ; & propagati inde ad chartam in istis obliquitatibus , depinxerunt in ea similiter annulos suo quemque colore. Et sicut causa , quamobrem tenuis lamella colores diversos in diversis radiorum obliquitatibus exhiberet , ea erat ; quod radii unius ejusdemque generis reflectantur a te-

G g

nui

nui lamella in una obliquitate, & transmittantur in alia radii autem aliorum generum transmittantur ubi hi reflectuntur, & reflectantur ubi hi transmittuntur: ita causa, quamobrem crassa quoque lamina vitri, sive speculum, colores varios in variis obliquitatibus exhiberet, inque istis obliquitatibus colores illos ad chartam propagaret: ea itidem erat; quod radii unius ejusdemque generis emergerent è vitro in una obliquitate, in alia autem non emergerent, sed reflecterentur a citeriore vitri facie retro ad argentum vivum; & prout obliquitas ea major majorque fieret, emergerent iterum & reflecterentur alternis per multas vices; in una autem eademque obliquitate, radii unius generis reflecterentur, & radii aliorum generum transmitterentur. Lique hoc ex quinta observatione hujus partis. Etenim in ea observatione, quum speculum illuminatum esset uno aliquo colorum prismaticorum; exhibuit id coloratum lumen annulos permultos in charta, eodem omnes colore, & nigris distinctos interordiniis; ac proinde id lumen, inter emergendum e speculo, transmittebatur & non-transmittebatur alternis a speculo ad chartam per multas vices, pro variis nimirum emergentiæ suæ obliquitatibus. Porro, quum a prismatico in speculum color alius quivis projiceretur; utique annuli in charta eo semper facti sunt colore, qui esset in speculum projectus; magnitudinemque insuper una cum colore suo immutabant: ac proinde lumen transmittebatur jam & non-transmittebatur alternis a speculo ad chartam, in aliis, quam antea, obliquitatibus. Videbantur mihi itaque hi annuli consimilem plane ortum habere, ac illi in tenuibus lamellis: eo tamen discrimine, quod illi in tenuibus lamellis orientur ex alternis reflexionibus & transmissionibus radiorum in secunda superficie lamellæ, postquam ii semel videlicet per lamellam transferint: hi autem in crassis laminis, exhibeantur per radios, qui, ante alternam istam reflexionem & transmissionem, jam bis scilicet per laminam transferint; primo nimirum, cum transirent a citeriore vitri facie ad argentum vivum

vivum; & deinde, cum redirent ab argento vivo ad eandem iterum faciem citeriorem; qua demum in superficie, vel transmittuntur ad chartam, vel reflectuntur retro ad argentum vivum; pro eo videlicet, ac in vicibus facilioris reflexionis vel facilioris transmissus tum sint, cum ad itam pervenerint superficiem. Nam in radiis quidem illis, qui in speculum incidunt ad perpendicularum, reflectunturque in eisdem perpendicularibus lineis; in illis, inquam, radiis, propter angulorum suorum linearumque incidentiæ & reflexionis æqualitatem, vicium quidem suarum intervalla intra vitrum tum longitudine tum numero paria esse debent post reflexionem, ac ante; per propositionem 19^{am} tertiæ partis hujus libri: ac proinde, quandoquidem omnes radii, qui ingrediuntur per primam vitri superficiem, sunt in vicibus suis facilioris transmissus tum, cum ingrediuntur; eorundem autem quotquot reflectuntur a secunda superficie, ii quidem illic in vicibus sunt facilioris reflexionis; utique iidem omnes debent iterum in vicibus suis facilioris transmissus esse tum, cum ad superficiem primam reverterint; & consequenter exire ibi e vitro ad chartam, ac depingere super ea maculam albam luminis in centro annulorum. Nam hæc quidem ratio æque valet in omnibus generibus radiorum; & consequenter radii omnium generum promiscue exire debent ad maculam illam, eamque permixtione sui omnium inter se, albam utique exhibere. At vero in illis radiis, qui reflectuntur obliquius quam ingrediuntur; in iis sane vicium suarum intervalla majora sint oportet post reflexionem quam ante, per propositiones 15^{am} & 20^{am}: unde ii quidem radii, fieri utique potest ut cum ad primam reverterint superficiem, in certis quibusdam obliquitatibus vices suas ibi habeant facilioris reflexionis, adeoque regrediantur ad argentum vivum; in aliis autem obliquitatibus intermediis, vices suas ibidem subeant facilioris iterum transmissus, adeoque exeant ad chartam, depingantque in ea annulos coloratos maculæ albæ circumjectos.

G g 2

Quoniam

Quoniam autem intervalla harum vicium, in æqualibus quidem obliquitatibus, majora ac pauciora sunt in radiis minus refrangibilibus; minora autem ac plura; in radiis magis refrangibilibus: ideo radii quidem minus refrangibiles, in æqualibus obliquitatibus, annulos pauciores efficere debent, quam radii magis refrangibiles; majores autem eos, magisque expansos: hoc est, annuli rubri ampliores esse debent quam flavi, flavi quam virides, virides quam cærulei, & cærulei quam violacei; quomodo ii revera quidem in 5^a observatione apparuerunt. Quocirca primus annulorum colores omnes complectentium, maculæ albæ proxime circumjectus, debet utique ruber esse extra, intra violaceus, & in medio flavus, viridis, ac cæruleus; quomodo is in secunda quidem observatione visus est. In secundo autem annulo, & qui sequuntur deinceps, iidem colores magis magisque expansi esse debent; usquedum in se mutuo diffusis, permisceantur tandem invicem, & evanescant.

Hæ mihi videntur horum esse annulorum causæ ac rationes in universum. Hocque mihi causam dedit, ut distinctius deinceps observarem quanta esset vitri crassitudo; & considerarem utrum mensuræ ac proportionibus annulorum singularim, vere exinde, calculum ponendo, colligi possent.

OBSERVATIO VIII.

Dimensus sum igitur crassitudinem vitri hujusce concavo-convexi; invenique eam usquequaque $\frac{1}{4}$ uncix accurate. Jam quidem, per 6^{am} observationem primæ partis hujus libri, tenuis lamella aeris transmittit lumen clarissimum primi annuli, hoc est, lumen flavum clarum, tum cum crassitudo sua sit $\frac{1}{89000}$ pars uncix: per 10^{am} autem observationem ejusdem partis, tenuis lamella vitri transmittit idem lumen ejusdem annuli, tum cum crassitudo sua sit minor secundum eam proportionem quæ est sinus refractionis ad
sinum

sinum incidentiæ, hoc est, cum crassitudo sua sit $\frac{11}{1513000}$

sive $\frac{1}{137545}$ pars unciæ; posito nimirum quod sinus isti sint ut 11 & 17. Quod si hæc crassitudo duplicetur porro, transmittetur jam idem lumen clarum secundi annuli; si ea triplicetur, transmittetur jam idem lumen tertii annuli; & sic deinceps; lumine flavo claro in hisce omnibus casibus existente nimirum in vicibus suis facillioris transmissus. Itaque si multiplicetur hæc crassitudo per 34386, ut adeo evadat ea $\frac{1}{4}$ unciæ; transmittetur jam idem clarum lumen annuli 34386^{ti}. Finge jam hoc esse lumen illud flavum clarum, quod transmitti diximus in perpendiculo ab reflectente facie convexa speculi per concavam ejusdem faciem ad maculam albam in centro annulorum coloratorum in charta: jamque, per regulam in 7^{ma} & 19^{na} observatione primæ partis hujus libri traditam, perque propositiones 15^{tam} & 20^{tam} tertiæ partis; si radii fiant obliqui ad vitrum, utique crassitudo vitri qua idem lumen clarum ejusdem annuli transmitti possit deinceps in quavis obliquitate, erit ad crassitudinem illam $\frac{1}{4}$ unciæ, ut secans certi cujusdam anguli, ad radium; ejus nimirum anguli, cujus sinus sit prima ex 106 mediis arithmetiis inter sinus incidentiæ & refractionis, incipiendo a sinu incidentiæ, quum nimirum refractionis fiat e lamina cujusvis materiæ in medium sibi circumjectum, id est, hoc quidem in casu, e vitro in aerem. Quod si porro vitri crassitudo ita augetur gradatim, ut id ad primam suam crassitudinem (quæ erat videlicet $\frac{1}{4}$ unciæ,) eas dein habeat proportionales, quas habet numerus 34386 (numerus scilicet vicium radiorum perpendicularium inter transeundum per vitrum adversus maculam albam in centro annulorum,) ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparate, (numeros videlicet vicium radiorum obliquorum inter transeundum per vitrum adversus annulos colorum, primum, secundum, tertium,

& quartum;) illa autem prima vitri crassitudo divisa fit in 10000000000 partes æquales; utique crassitudines adauctæ, erunt 100002908, 100005816, 100008725, & 100011633; & anguli, quorum hæc quidem crassitudines sunt secantes, erunt 20' 13", 37' 5", 45' 6", & 52' 26", radio nimirum existente 1000000000; quorum porro angulorum sinus sunt 762, 1079, 1321, & 1525; & proportionales sinus refractionis, 1172, 1659, 2031 & 2345; radio nimirum existente 100000. Nam cum sinus incidentiæ e vitro in aerem sint ad sinus refractionis, ut 11 ad 17; ad secantes autem supra dictos, ut 11 ad primam ex 106 mediis arithmeti-
inter 11 & 17, hoc est, ut 11 ad 11 $\frac{6}{106}$; utique secan-

tes isti erunt ad sinus refractionis ut 11 $\frac{6}{106}$ ad 17, & ex hac analogia dabunt adeo sinus istos. Quare si obliquitates radiorum ad concavam vitri superficiem tales sint videlicet, ut sinus refractionis ipsorum in transeundo e vitro per istam superficiem in aerem, sint 1172, 1659, 2031, & 2345; utique lumen clarum annuli 34386^{ti}, emerget e vitro in iis crassitudinibus, quæ sint ad $\frac{1}{4}$ uncia, ut 34386 ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparete. Proinde, si vera vitri crassitudo in hisce omnibus casibus sit (ut in speculo nostro erat) $\frac{1}{4}$ uncia; utique lumen clarum annuli 34385^{ti}, ibi emerget, ubi sinus refractionis sit 1172; & annulorum 34384^{ti}, 34383^{ti}, ac 34382^{di}, ibi, ubi sinus iste sit 1659, 2031, & 2345 comparete. Porro in hisce angulis refractionis propagabitur horum annulorum lumen a speculo ad chartam, ibique depinget annulos ambientes maculam illam luminis albam rotundamque in centro, quæ erat (ut diximus) lumen annuli 34386^{ti}. Et semidiametri horum annulorum subtendent angulos refractionis, factos in concava speculi superficie. Ideoque diametri ipsorum, erunt ad distantiam chartæ a speculo; ut sinus isti refractionis duplicati, ad radium; hoc est, ut 1172, 1659, 2031, & 2345 dupli-

duplicati, ad 10000. Quocirca si intervallum, quo charta distet a concava speculi superficie, sit (ut in tertia harum observationum erat) sex pedum; utique diametri annulorum hujus luminis flavi clari in charta depictorum, erunt 1'688, 2'389, 2'925, & 3'375 uncia. Sunt enim hæ diametri, ad senos pedes; ut supra dicti sinus duplicati, ad radium. Jam vero hæ diametri annulorum flavorum clarorum, computando repertæ; eadem plane sunt, ac illæ quas in tertia harum observationum reperimus dimetiendo; quæ erant videlicet $1\frac{1}{10}$, $2\frac{2}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{2}{8}$ uncia. Itaque theoria, qua colliguntur horum annulorum proportionem, ex crassitudine laminæ vitreæ sive speculi, & ex obliquitate radiorum emergentium; convenit plane cum ipsis observationibus. Cæterum in hac quidem computatione, diametros clarorum annulorum quos exhibuit lumen colorum universorum, æquales statui diametris annulorum eorum quos scilicet exhibuit lumen flavum clarum: etenim ex illo flavo lumine constat pars clarissima annulorum, qui sint colorum universorum. Quod si adhæc mensuras diametrorum annulorum illorum, quos alius quivis color purus videlicet & simplex exhibeat, accurate colligere cupias; utique id facile efficere poteris, ponendo diametros istas esse ad diametros annulorum flavorum clarorum, in subduplicata proportione intervallorum vicium radiorum istis coloribus, cum nimirum radii ii omnes æqualiter inclinati sint ad superficiem refringentem vel reflectentem quæ vices istas excitarit: hoc est, ponendo diametros annulorum quos exhibent radii in extremis limitibus colorum illorum septem, rubri, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici & violacei, utique proportionales esse radicibus cubicis numerorum illorum, 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{18}$, $\frac{1}{2}$, qui denotant videlicet longitudines monochordi eas, quæ sonent notas musicas in octava. Etenim hoc pacto, diametri annulorum istis coloribus, comperientur eam quamproxime inter se habere proportionem, quam secundum quintam harum observationum plane habere debent.

Atque

Atque his quidem rationibus satis mihi visus sum comprobasse, annulos hosce ejusdem esse generis eundemque ortum habere, ac illos qui in tenuibus visi fuerant lamellis; & consequenter dispositiones radiorum sive vices illas alternas facilioris reflexionis faciliorisque transmissus, propagari utique ab omni reflectente & refringente superficie ad longa usque intervalla. Nihilo tamen minus, ne hæc res ullam videretur habere posse dubitationem, sequentem observationem insuper adjeci.

OBSERVATIO IX.

Si annuli isti pendent (uti dictum est) ex crassitudine laminæ vitri; diametri ipsorum in æqualibus distantis a diversis speculis sive vitri laminis concavo-convexis talibus, quæ sint ad eandem spheram tornatæ, debebunt esse reciproce in subduplicata proportione crassitudinum laminarum ipsarum vitri. Quare si in eis illa proportio experiundo fuerit comperta; erit sane perfecte absoluta demonstratio, annulos hosce (sicuti & illos in tenuibus lamellis exhibitos) pendere ex vitri crassitudine. Comparabam mihi igitur aliam vitri laminam concavo-convexam, ad eandem spheram, ac erat prior lamina, utraque sui facie tornatam. Ejus crassitudo erat $\frac{5}{62}$ partes uncix; & diametri trium primorum annulorum clarorum, qua parte lucidissimæ essent ipsorum orbitæ, erant, intervallo quidem sex pedum a vitro, unciarum 3, $4\frac{1}{2}$, & $5\frac{1}{8}$. Jam quidem crassitudo prioris vitri, utique $\frac{1}{4}$ uncix, erat ad hujus crassitudinem, ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{5}{62}$, hoc est, ut 31 ad 10, vel 31000000 ad 10000000; quorum quidem numerorum radices, sunt 17607 & 10000. Quam autem proportionem habet prima harum radicum ad secundam; eandem habent 3, $4\frac{1}{2}$, & $5\frac{1}{8}$, nempe diametri annulorum clarorum exhibitorum in hac observatione a vitro tenuiori; ad $1\frac{1}{8}$, $2\frac{2}{3}$, & $2\frac{11}{12}$, diametros scilicet eorundem annulo-

nulorum sunt reciproce in subduplicata proportione crassitudinum laminarum ipsarum vitri.

Itaque in laminis vitri, quæ quidem similiter concavæ sint ex una sui facie, & similiter convexæ ex altera, & argento vivo facies suas convexas similiter obtectæ, nihilque plane præterquam crassitudine sola inter se differant; diametri annulorum sunt reciproce in subduplicata proportione crassitudinum laminarum ipsarum. Atque hinc satis quidem apparet, pendere utique annulos ex utrisque vitri superficiebus. Pendent nimirum ex convexa superficie; quia lucidiores sunt quum ea superficies argento vivo obtecta sit, quam quum nuda. Pendent itidem ex concava superficie; quia in speculo, quod tali superficie careat, ii nulli sunt. Pendent denique ex ambabus superficiebus, earumque distantia inter se; quia, variata solummodo illa distantia, variatur itidem & annulorum magnitudo. Hoc autem, quod pendeant annuli isto modo ex ambabus vitri superficiebus, simile plane est ac quæ supra dicta sunt de eo quemadmodum colores tenuium laminarum pendeant ex superficiebus suarum binarum distantia inter se: quippe & magnitudo horum annulorum, eorumque proportio inter se, item magnitudinis suæ variatio ex vitri crassitudinis variatione orta, colorumque suorum ordo, talia plane sunt, qualia oriri utique debent ex propositionibus in fine tertiæ partis hujus libri subjunctis; quæ nimirum propositiones deductæ erant ex phænomenis colorum tenuium lamellarum in prima parte descriptis.

Alia adhuc sunt aliqua annulorum horum coloratorum phænomena: verum sequuntur ea omnia ex iisdem propositionibus: ideoque confirmant tum veritatem propositionum istarum, tum analogiam quæ est inter hosce annulos & illos in tenuibus lamellis exhibitos. Nonnulla phænomenorum istorum hic subjungam.

OBSERVATIO X.

Quum Solis luminis radius reflecteretur a speculo, non directo ad foramen in fenestra, sed ad locum parvo inde intervallo distantem; centrum commune maculæ albæ antedictæ, & annulorum omnium coloratorum, incidit in medio intervallo inter radium luminis incidentis & radium luminis reflexi; & consequenter in ipso adhuc centro sphericæ concavitatis speculi, quandocumque charta, qua annuli colorati excipiebantur, posita esset in eo centro. Pro eo autem, ut radius luminis reflexi, inclinando videlicet speculum, recedebat magis magisque a radio luminis incidentis, & a communi centro annulorum coloratorum inter duos istos radios interjacente; ita annuli isti in amplitudinem perpetuo excredebant, itemque macula illa alba rotunda; & novi annuli colorati emergebant ordine e centro ipsorum communi; & macula illa alba facta est albus annulus novis illis annulis circumjectus; & radii luminis incidens ac reflexus, semper incidebant in partes annuli istius albi sibi invicem e diametro oppositas, ibique in ejus circuitu speciem duorum parheliorum, qualia in corona Solem ambiente nonnunquam videntur, lumine suo exhibebant. Itaque diameter istius annuli, pertingens videlicet a medio luminis ejus ex una parte ad medium luminis ejus ex altera parte, semper æqualis erat intervallo ei, quod inter mediam partem radii incidentis & mediam partem radii reflexi interjaceret, dimenso nimirum super charta in qua annuli videbantur. Porro, radii qui annulum istum formabant, reflectebantur a speculo in angulis qui essent æquales angulis suis incidentiæ, & consequenter angulis suis refractionis, qua ingrediebantur in vitrum: attamen anguli sui reflexionis, non erant in eodem plano cum angulis suis incidentiæ.

OBSER-

OBSERVATIO XI.

Colores novorum annulorum contrario erant ordine dispositi, ac primorum. Oriebantur autem hoc modo. Macula luminis alba rotunda in medio annulorum, permansit alba ad usque centrum; usquedum intervallum id, quo radii incidens & reflexus distabant inter se in charta, factum esset circiter $\frac{7}{8}$ unciae; tumque deinde macula ea, tenebrosa fieri coepta est in media sui parte. Cum autem illud radiorum intervallum, factum esset porro circiter $1\frac{1}{16}$ unciae; tum macula ista alba fiebat deinceps annulus, ambiens scilicet maculam rotundam tenebrosam, quae in media sui parte colorem ipsa trahere coepit violaceum atque indicum. Annuli autem lucidi, maculam hanc novam ambientes, facti erant jam aequales annulis illis tenebrosis, qui in quatuor primis observationibus hosce ipsos singuli singulos proxime ambierant; hoc est, macula alba erat jam factus annulus albus, aequalis primo annulorum illorum tenebrosorum; & primus annulorum illorum lucidorum, factus erat jam aequalis ei, qui fuerat secundus tenebrosorum; & secundus annulorum illorum lucidorum, aequalis jam ei, qui fuerat tertius tenebrosorum; & sic deinceps. Etenim diametri annulorum lucidorum, erant jam $1\frac{1}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{7}{16}$, &c. unciae.

Quum radiorum incidentis ac reflexi distantia inter se, paulo adhuc major esset facta; emergebat deinde e medio maculae nigrae jam dictae, post colorem illum indicum, caeruleus; & deinceps ex eo caeruleo, viridis pallefcens; brevi autem postea, flavus quoque & ruber. Cumque color ad centrum clarissimus esset, nempe inter flavum ac rubrum; utique annuli lucidi, aequales tum erant facti annulis lucidis illis, qui in quatuor primis observationibus hosce proximo deinceps ordine singuli singulos ambierant; hoc est, macula alba in medio annulorum illorum, factus

H h 2

erat

erat jam annulus albus, æqualis primo annulorum illorum lucidorum; & primus annulorum illorum lucidorum, æqualis jam ei qui fuerat eorundem secundus; & sic deinceps. Etenim diametri annuli albi, cæterorumque annulorum lucidorum ei circumjectorum, erant jam circiter $1\frac{1}{8}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{8}$, &c. uncia.

Quum radiorum incidentis ac reflexi distantia inter se in charta, paulo etiam adhuc major esset facta; emergebant deinde ordine e centro, post colorem rubrum antedictum; purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & ruber multum admodum purpurascens. Cumque color in centro clarissimus esset, nempe inter flavum ac rubrum; utique priores colores, indicus, cæruleus, viridis, flavus, & ruber, facti erant jam iris sive annulus coloratus, æqualis primo annulorum illorum lucidorum, qui in quatuor primis observationibus apparuerant; & annulus albus supra memoratus, qui jam erat secundus annulorum lucidorum, æqualis erat factus secundo priorum illorum annulorum lucidorum; & primus annulorum illorum lucidorum, qui jam erat tertius, æqualis erat factus ei qui fuerat tertius illorum; & sic deinceps. Etenim diametri eorum, erant jam $1\frac{1}{8}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{8}$, &c. uncia. Distantia autem duorum luminis radiorum inter se, & diameter annuli albi, erant $2\frac{3}{8}$ uncia.

Quum horum duorum radiorum distantia inter se, usque etiam adhuc major esset facta; emergebat deinde e medio rubri purpurascens, primo macula rotunda obscurior; postea autem, e medio hujus, alia macula clarior. Jamque colores illi proxime antecedentes (purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & ruber purpurascens,) facti erant annulus æqualis primo annulorum illorum lucidorum in quatuor primis supra observationibus memoratorum; annulique huic circumjecti, æquales annulis illi circumjectis, comparate. Distantia autem duorum luminis radiorum inter se, & diameter annuli albi, (qui jam tertius erat factus annulus,) erant circiter 3 unciarum. Post-

Posthæc, colores annulorum in medio, valde diluti coepi sunt videri. Et, si distantia duorum illorum luminis radiorum inter se, adhuc semuncia, vel uncia adjecta, major usque esset facta; utique annuli isti in medio, evanescebant penitus; permanente tamen aliquandiu annulo albo antedicto, una cum singulis binisve annulorum sibi utrinque proxime adjacentium. Verum si duorum radiorum luminis distantia illa inter se, etiam adhuc major esset facta; jam & hi quoque annuli evanescebant. Nam lumen quod e diversis partibus foraminis in fenestra, incidebat in speculum in diversis angulis incidentiæ; fecit jam annulos diversarum magnitudinum, qui sese invicem diluebant expungebantque. Id quod intellexi, intercipiendo partem aliquam istius luminis. Etenim quum ea illius pars intercepta esset, quæ propius distaret ab axe speculi; annuli continuo videbantur contractiores: quum pars ea, quæ longius ab isto axe distaret; videbantur ii magis dilatati.

OBSERVATIO XII.

Cum colores prismaticæ exhibiti, projicerentur per vices super speculum; annulus ille, qui in duabus proxime præmissis observationibus albus fuerat, una jam eademque magnitudine erat in omnibus coloribus. At annuli extra eum jacentes, majores quidem erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc majores, maximique omnium in rubro; & e contrario, annuli intra eum jacentes, minores erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc minores, minimique omnium in rubro. Etenim in illo quidem albo annulo; quoniam anguli reflexionis radiorum, æquales essent angulis suis incidentiæ; utique radii cujusque reflexi vices intra vitrum post reflectendum, æquales erant tum longitudine tum numero, vicibus ejusdem radii intra vitrum ante incidendum in superficiem reflectentem: ac proinde, quando omnes quidem radii omnium generum, tum

H h 3

cum

cum in vitrum ingrederentur, erant in vice sua facilioris transmissus; utique erant itidem in vice facilioris transmissum, cum ad eandem superficiem post reflectendum revertent; & consequenter transmittabantur iterum, exibantque ad annulum album super charta. Atque hæc quidem causa est, quamobrem annulus ille unam eandemque haberet magnitudinem in singulis coloribus, & in permixtione universorum albus apparet. Atqui in aliis annulis, quorum quidem radii aliis reflectuntur angulis; utique radii minime retransmissibiles, quoniam vicium suarum intervalla maxima habent, efficiunt ut annuli, qui sint suo colore, grandioribus quam cæteri augeantur vel minuantur intervallis, in progressionem suam utroque, ab annulo illo albo, sive ad exteriora versus, sive ad interiora; adeoque annuli isto colore, maximi sint extra, intra autem minimi. Atque hæc quidem causa est, quamobrem in observatione proxime præmissa, cum speculum illuminatum esset lumine albo, annuli exteriores, coloribus universis exhibiti, apparent rubri extra, & cærulei intra; interiores autem, cærulei extra, & rubri intra.

Hæc sunt phænomena crassiorum vitri laminarum concavo-convexarum, quæ quidem una eademque usquequaque sint crassitudine. Alia sunt earundem phænomena, cum ex paulo crassiores sint ex una parte quam ex altera; & alia adhuc, cum ex magis minusve concavæ sint quam convexæ, vel cum sint plano-convexæ, vel utrinque convexæ. Etenim in istis omnibus casibus, exhibent ex annulos quidem coloratos; sed varia ratione. Quæ quidem omnia, quantum ego quidem adhuc observaverim, consequuntur ex propositionibus in fine tertiæ partis hujus libri subjunctis; adeoque ad veritatem propositionum istarum confirmandam faciunt. Verum enimvero phænomena illa, multipliciora sunt; & computationes, quibus ea ex dictis propositionibus deducuntur, perplexiores; quam ut ea hoc in loco amplius persequar. Satis habebō hanc materiam eatenus me in præ-

senti

senti esse profecutum, ut, quibus quidem ex causis id genus phænomena oriuntur, invenerim; hocque inveniendo, propositiones in tertia parte hujus libri traditas satis confirmarim.

OBSERVATIO XIII.

Ut lumen reflexum a lente argento vivo faciem suam posteriorem oblecta, exhibet annulos colorum supra descriptos; ita id, transeundo itidem per guttam aquæ, similes colorum annulos efficere debet. Nempe, inter primam reflexionem radorum intra guttam; colorum alii transmitti debent, sicuti in lente; alii autem, reflecti ad oculum. Exempli gratia: Si diameter guttulæ sive globuli aquæ, sit circiter 500^{ma} pars uncia; ut adeo radius ruber, inter transeundum per medium istum globulum, habeat intra globulum 250 vices facilioris transmissus; radii autem rubri omnes, qui radium illum medium certo interjecto intervallo ambiunt circumcirca, habeant intra globulum 249 vices; similesque radii omnes, majori quodam circumcirca interjecto intervallo, habeant 248 vices; radiique similes, adhuc majori quodam circumcirca interjecto intervallo, 247 vices; & sic deinceps: utique concentrici hi radorum circuli, post transmissionem suam, incidentes in chartam albam, depingent in ea circulos rubros concentricos; ita quidem, si id luminis, quod per unum solum globulum transmittatur, satis forte sit ut sensu percipi queat: &, simili ratione, radii aliorum colorum, annulos itidem aliorum colorum exhibebunt. Finge jam, die sereno, Solem collucere per tenuem nubeculam ex istiusmodi globulis aquæ vel grandinis constantem; globulosque istos eadem esse omnes magnitudine; jamque Sol per nubeculam istam conspectus, cinctus utique videbitur concentricis colorum annulis, talibus ac diximus; eritque diameter primi annuli rubri, graduum $7\frac{1}{4}$; secundi, graduum $10\frac{1}{4}$; & tertii, 12, 33'; & pro eo ut aquæ globuli

li majores minoresve fuerint, ita hi quoque annuli majores erunt facti vel minores. Hæc quidem est theoria: eique optime congruit experientia. Etenim mense Junio 1692, vidi per reflexionem in vase aquæ stagnantis, tres Halos, coronas, sive annulos coloratos circum Solem, speciem præbentes trium parvarum iridum, idem cum Sole centrum habentes. Colores primæ sive interioris coronæ sive Halo, erant cæruleus intra adversus Solem, ruber extra, & albus in medio inter cæruleum ac rubrum. Colores secundæ, erant purpureus ac cæruleus intra, extra ruber pallescens, & viridis in medio. Colores tertiæ, erant cæruleus pallescens intra, & extra ruber pallescens. Hæ coronæ, erant sibi invicem proxime circumjectæ; adeo ut colores ipsarum a Sole extrorsum, hoc essent continenter ordine dispositi: cæruleus, albus, ruber; purpureus, cæruleus, viridis, flavus pallescens, ruber; cæruleus pallescens, & ruber pallescens. Diameter secundæ coronæ, dimensâ ab usque medio flavi ac rubri ex una parte Solis, ad medium ejusdem coloris ex altera parte, erat graduum $9\frac{1}{2}$ circiter. Ad diametros primæ atque tertiæ dimetiendas, spatium temporis non habui: videbatur autem diameter primæ, esse circiter 5 aut 6 graduum; & tertiæ, circiter 12. Harum similes coronæ, videntur nonnunquam & circum Lunam; nam in principio Anni 1664, Feb. 19^{no}, vesperi, duas istiusmodi coronas Lunam ambientes conspicatus sum. Diameter primæ, sive interioris, erat circiter trium graduum; & secundæ, quinque graduum cum dimidio. Proxime circum Lunam circulus erat albus; quem deinceps ambiebat corona interior, quæ intra (proxime circulum illum album) colore erat viridi subcæruleo, flavo autem ac rubro extra; hancque demum ambiebat corona exterior, quæ colore erat cæruleo ac viridi intra, extra autem rubro. Videbatur quoque eodem tempore, Halos; intervallo graduum circiter 22, 35', a centro Lunæ. Erat ea elliptica; ejusque diameter longior, perpendicularis erat horizonti, in inferiore sui parte discedens longius

longius a Luna. Audivi narratum, tres pluresve interdum coronas colorum concentricas Lunam ex ordine proxime ambire visas fuisse. Utique quo magis æquales fuerint inter se globuli antedicti aquæ vel glaciei; eo plures apparere debent colorum coronæ, eoque clariores videbuntur ipsarum colores. Cæterum Halus illa, quæ Lunam intervallo graduum $22\frac{1}{2}$ ambiebat, alius est generis. Equidem ex eo, quod illa elliptica esset, longiusque a Luna discederet in inferiore sui parte quam in superiore; colligere mihi videor, productam fuisse eam refractione in grandine aliqua vel nive aeri innatante, & situ quidem ad horizontem parallelo diffusa; angulo refringente, existente nimirum graduum circiter 58 vel 60.



